

II—15 弾塑性状態における横波伝播の数値計算例

京都大学防災研究所 正員 工博 ○石崎 澄雄
立命館大学理工学部 正員 富山 直隆

地盤の振動特性に関しては、従来より完全弾性体として取り扱い、妹沢、金井、河南の各博士などによって、多くの理論的、実験的研究がなされてきた。しかしながら破壊的地震の場合には地盤の挙動は塑性領域にまで及ぶことが想像される。

建物などの構造物の挙動が塑性領域にまで及んだ場合の非線形振動に関する研究は小堀氏などによってなされ、構造物と質点系に抽象したり、架構下層部の降伏部分と地盤を一つの質量とばねに抽象し、下部組織として塑性降伏状態を考慮して上部構造の振動特性の解析を行っている。

ここでは地盤と高さ方向に連続体と考え、セン断振動を取り扱うことにした。破壊的地震においては通常この *Secondary wave* の比較的初期において、加速度、振中ととくに最大の波が一波ないし数波繰返されることによって構造物の大半の破壊が生ずるものと考えられている。したがって強制振動のごく初期を考えればこの終局状態を推定しうるであらう。地盤においてもこうした構造物において得られた知見がそのまま適用されようと考えてよいであらう。この意味において連続体としての偏微分方程式に階差法を適用し強制振動のごく初期の状態を解明するために、若干の数値計算を行ったものである。

(1) 一次元セン断振動としての階差式

完全剛な地盤の上に一つの表層があるものとし、横波が下層より入射するものとする。高さ方向に x 軸を取り、これと直角方向の変位を u とする。層厚を H 、セン断弾性係数を μ 、密度を ρ とする。 $C = \mu/\rho$ とすれば運動方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(C \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \text{-----}(1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} (Cu + C \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}) \right\} \text{-----}(1')$$

とすることができ。

ここで地盤の応力-歪曲線と完全弾性、完全塑性と考えて

図-1のごとくおく、実際の地盤の応力-歪曲線は測定した例もなく如何におくかが問題であるが、地盤の応力が塑性領域にまで入った場合の基本的性質を知るためには十分意義があると考えられる。

つきに或る時刻 t の位置 x なる点の値を u_0 とし、高さ方向に h なる等間隔に区分した場合、各点の x 方向の変位とそれぞれ、 u_1, u_2 とし、 u_0, u_1, u_2 における $C = \mu/\rho$ とそれぞれ C_0, C_1, C_2 とする。 $t-\tau, t+\tau$ なる時刻の u_0 の値とそれぞれ u_I, u_{II} とすれば(1)式は次の階差式で表わすことができる。

$$u_I + u_{II} - 2u_0 = \frac{\tau^2}{2h^2} \{ C_1(u_1 - u_0) + C_2(u_2 - u_0) + C_0(u_1 + u_2 - 2u_0) \} \text{-----}(2)$$

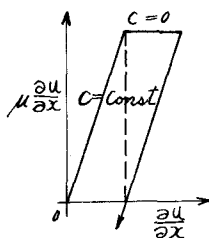


図-1

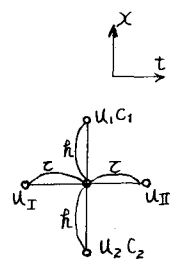


図-2

ここで高さ方向の u_0, u_1, u_2 における応力-歪曲線、図-1 に示れがって完全弾性では $C = \text{Const}$ 、完全塑性では $C = 0$ になるから上の階差式は次の 8 の式に分けられる。

(i) $C_0 = C_1 = C_2 = 0$	$u_{II} = 2u_0 - u_I$	(ii) $C_0 = 0, C_1 = C_2 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_1 + u_2 - 2u_0) + 2u_0 - u_I$
(iii) $C_0 = C_1 = 0, C_2 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_2 - u_0) + 2u_0 - u_I$	(iv) $C_1 = C_2 = 0, C_0 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_1 + u_2 - 2u_0) + 2u_0 - u_I$
(v) $C_0 = 0, C_1 = C_2 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(2u_1 - u_2 - 3u_0) + 2u_0 - u_I$	(vi) $C_1 = 0, C_0 = C_2 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_1 + 2u_2 - 3u_0) + 2u_0 - u_I$
(vii) $C_0 = C_2 = 0, C_1 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_1 - u_0) + 2u_0 - u_I$	(viii) $C_0 = C_1 = C_2 = C$	$u_{II} = \frac{2C}{2k^2}(u_1 + u_2 - 2u_0) + 2u_0 - u_I$

表面の境界条件は $u = 0$ at $x = 0$, すなわち $u_1 = u_2$ 。

(2) 数値計算 表層の厚さと 10 m とし、各 1 m 毎に区分し、横波速度 $V_s = \sqrt{\mu/\rho} = 100\text{ m/sec}$ とする。この表層を完全弾性体と考えれば固有周期は $0.4''$ となる。下層より $A \sin pt$ の形の横波が入射するものとする。 $A = 1$, 入射横波の周期を、 $0.32'', 0.4'', 0.48''$, とし $\frac{2C}{k} = 1$, なるように選んで時間間隔 $\tau = 0.01''$ にとり、各 1 周期とそれぞれ 32, 40, 48, 等分とした。時間の経過に伴う弾性体としての変位, セン断応力, と塑性域を考えた場合の変位, セン断応力の若干の計算例を図-3, 4, に示した。

(3) 計算結果の考察 (i) 横波入射のごく初期において、ある突が塑性領域に入る場合でも、相当時間が経ってから塑性領域に入る場合でも、変形は弾性振動の変形状態を大きく変

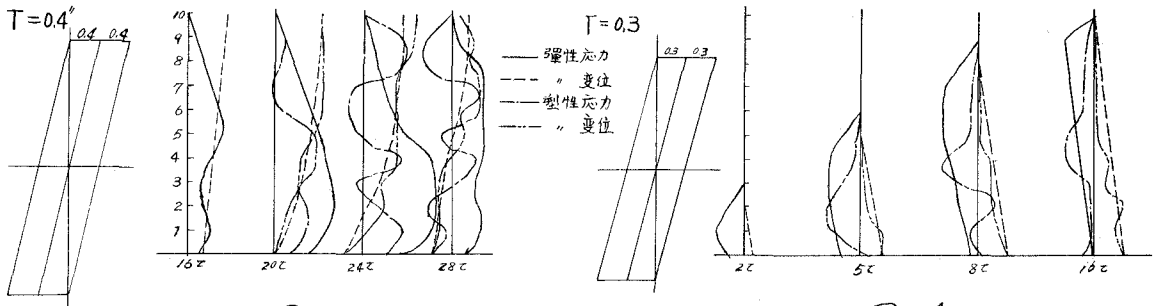


図-3

図-4

えるものではない。しかしながら弾性振動における変形に沿って高次振動の様相を呈する。

(ii) ある時間に、ある突において 1~2ヶ所塑性領域に入ることになれば、時間の経過に示れがいて次第に上, 下方向に塑性領域が波及する。(iii) セン断力の分布は弾性領域における場合と異なったものになることがある。示れがってセン断応力に関する限り弾性体としての知見は塑性領域を考えた場合には全く役に立たない。(iv) 二突間の慣性力最大の位置は弾性域, 塑性域のとり方によって異ってくる。しかもこの位置は時間の経過に示れがって次第に上, あるいは下, の方向に移動する。

(4) 結言 この階差法は計算の進行に伴ない誤差が累積するおそれがあり、与えられた応力-歪曲線と次第に *follow* できなくなるので時間的にあまり長くと計算することはない。しかしながら現実系での知見では得られない結果をうることができた。なを多くの場合についての計算を行ないつつある。

なをこうした地盤のセン断振動としての知見はそのまゝ建物のような構造物の場合に適用されるであらう。