

# I-27 差分法によるリブつき平盤の解析

大阪大学工学部 正員 赤尾親助

## 1. 概要.

$n$ 本のリブを有する平盤は、 $n-2$ 次の不静定構造であつて、その応力分布、shear lag の変化を求めることは、一般に  $n-2$  式の連立方程式をとくことに帰着されるが、直交性を有する固有不静定力群を用いることによつて連立式をさけ、簡易に求めることが出来る。かゝる固有不静定力群は、差分法を利用して容易に求められる。2, 3 の場合について、固有不静定力群を示すと共に、計算例を申述べる。

## 2. 直交不静定力群

リブつき平盤を2部分、即ち軸力をとるリブ（共働変縁巾を含む）とせん断力をとる薄板面とよりなるものとみなす。（図-1）

先ず、平衡条件は満たすが、変形の条件は満たしていないリブの応力分布  $X^0 N_{\nu 0}$  ( $\nu=1, 2, \dots, n+1$ ) を仮定する。即ち系の全軸力を  $\mathcal{N}$  全モーメントを  $\mathcal{M}$  とするとき、

$$X^0 \sum_{\nu=1}^{n+1} N_{\nu 0} = \mathcal{N}, \quad X^0 \sum_{\nu=1}^{n+1} N_{\nu 0} y_{\nu}^0 = \mathcal{M} \quad \text{ならしめる。}$$

次に  $X^{\lambda} N_{\nu \lambda}$  ( $\lambda=1, 2, \dots, n-1$ ) なる不静定力群を考へて、リブ  $\nu$  に作用する垂直力を

$$N_{\nu} = \sum_{\lambda=0}^{n-1} N_{\nu \lambda} X^{\lambda} \quad \left. \vphantom{N_{\nu}} \right\} (1)$$

薄板部に作用するせん断力を

$$q_{\nu} = \sum_{\lambda=0}^{n-1} \frac{dX^{\lambda}}{dz} q_{\nu \lambda} \quad \text{但し} \quad \sum_{\nu=1}^n N_{\nu \lambda} = q_{\nu \lambda}$$

と表はすと、之等の  $N_{\nu}$ ,  $q_{\nu}$  が次の条件を満たせば、その直交性より  $X^{\lambda}$  は互いに影響することなく独立に求めることが出来る。

$N_{\nu}$ ,  $q_{\nu}$  の満たすべき条件は、平衡条件

$$\sum_{\nu=1}^{n+1} N_{\nu \lambda} = 0, \quad \sum_{\nu=1}^{n+1} N_{\nu \lambda} y_{\nu}^0 = 0 \quad (2)$$

及び

$$\sum_{\nu=1}^{n+1} j_{\nu} N_{\nu \mu} N_{\nu \lambda} = N_{\lambda}^2 \delta_{\mu \lambda}, \quad \sum_{\nu=1}^n q_{\nu \mu} q_{\nu \lambda} = \delta_{\mu \lambda} \quad (3)$$

茲に  $\delta_{\mu \lambda}$  は Kronecker の記号、 $j_{\nu} = f/f_{\nu}$  である。

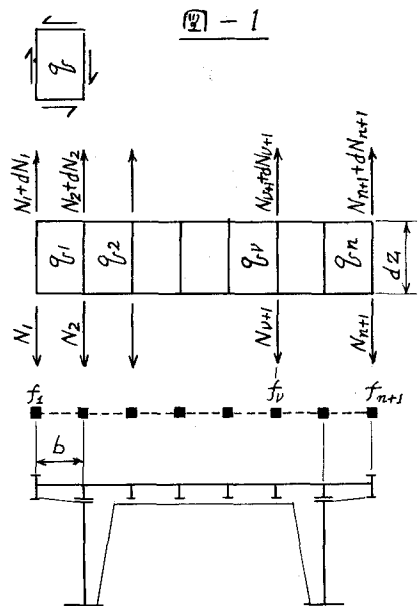
(2), (3) の条件を満たす  $q_{\nu}$  は、リブが等間隔に配置されている場合、結局 差分方程式

$$j_{\nu} q_{\nu-1} - (A-2+j_{\nu}+j_{\nu+1}) + j_{\nu+1} q_{\nu+1} = B \quad (4)$$

において、境界条件

$$q_0 = q_{n+1} = 0, \quad \text{並に} \quad \sum_{\nu=1}^n q_{\nu \lambda} = 0 \quad (5)$$

を満たす固有値  $A_{\lambda}$  に相応する正規固有関数  $q_{\nu \lambda}$  を求めねばよいことになる。



両端の2リブ断面が任意の場合  
( $j_2=j_4=j_{n-1}=1$ ) の解は次の如く  
になる。

i) 対称荷重状態 ( $\mathcal{F}_\nu$  逆対称)

$A(=2 \cos \alpha)$  の固有値は次式より  
求められる。

$$\frac{(j_2-1)\{1-4(1-\cos \alpha) \cos \alpha\}}{1+(j_2-1)\{1+(1-\cos \alpha)(1-4 \cos \alpha)\}} \sin \alpha = \tan \frac{n+1}{2} \alpha \quad (6)$$

固有値  $\alpha$  に応じて、 $\mathcal{F}_\nu$  は

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_1 &= -\bar{\mathcal{F}}_n = \frac{j_2}{j_1+j_2-2(1-\cos \alpha)} \bar{\mathcal{F}}_2 \\ \bar{\mathcal{F}}_{\nu(2 \sim n-1)} &= \sin \left( \frac{n+1}{2} - \nu \right) \alpha \\ \mathcal{F} &= \left( \sum \bar{\mathcal{F}}_\nu^2 \right)^{\frac{1}{2}} \bar{\mathcal{F}}_\nu \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ii) 逆対称荷重状態 ( $\mathcal{F}_\nu$  対称)

全称にして、固有値  $\alpha$ 、及び  $\mathcal{F}_\nu$  は次式より求まる。

$$\frac{n j_1 - (1-j_2) \{4 n \cos \alpha + 2 \cos \alpha (n j_1 - 2 j_1 - 4 n) + 4 n + 4 j_1 - n j_1\}}{2 j_1 j_2 + (1-\cos \alpha) \{n j_2 (2-j_1) - 2 \cos \alpha (1-j_2) \{2 n (1-\cos \alpha) - j_1 (n-2)\}\}} \sin \alpha = \tan \frac{n \alpha}{2} \quad (8)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_1 = \bar{\mathcal{F}}_n = (j_2 j_2 - 1) / 2(1-\cos \alpha) + j_1 + j_2$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_\nu &= \frac{1}{2(1-\cos \alpha)} \left\{ 1 - n \frac{j_2 \sin \frac{\alpha}{2}}{j_2 \sin \frac{n \alpha}{2} - 2(1-\cos \alpha)(1-j_2) \sin \left( \frac{n}{2} - 1 \right) \alpha} \cos \left( \frac{n+1}{2} - \nu \right) \alpha \right\} \\ \mathcal{F} &= \left( \sum \bar{\mathcal{F}}_\nu^2 \right)^{\frac{1}{2}} \bar{\mathcal{F}}_\nu \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

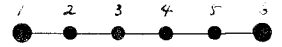
表-2  $j_{1,3 \sim 5,7}=1 \quad j_2=j_6$

リブ7本 ( $n=6$ ) の場合の  $N_{\nu \lambda}$

| $\nu$         | $j_2$ | 対 称         |             |             | 逆 対 称       |             |
|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|               |       | $N_{\nu 1}$ | $N_{\nu 2}$ | $N_{\nu 3}$ | $N_{\nu 4}$ | $N_{\nu 5}$ |
| 1             | 1     | 0.4179065   | -0.5211209  | 0.2319207   | -0.4451558  | -0.3676542  |
|               | 1/3   | 0.3133734   | -0.6321088  | 0.0472818   | -0.5576775  | -0.1494292  |
| 2             | 1     | 0.1032144   | 0.7530416   | -0.6498292  | 0.3493358   | 0.9369976   |
|               | 1/3   | 0.2672988   | 0.8972286   | -0.3514714  | 0.7071068   | 0.7071068   |
| 3             | 1     | -0.2892002  | 0.1859858   | 0.9390274   | 0.6367958   | -0.7710325  |
|               | 1/3   | -0.3264735  | -0.0914825  | 0.9407688   | 0.2588190   | -0.9659258  |
| 4             | 1     | -0.4638414  | -0.8358130  | -1.0422418  | 0.          | 0.          |
|               | 1/3   | -0.5083974  | -0.3472746  | -1.2731584  | 0.          | 0.          |
| $N_\lambda^2$ | 1     | 0.7530205   | 2.4450421   | 3.8019381   | 1.4514162   | 3.2152505   |
|               | 1/3   | 0.7156759   | 1.4731404   | 3.4778504   | 1.0873164   | 2.2440169   |

表-1  $j_1=j_6 \quad j_{2,3 \sim 5}=1$

リブ6本 ( $n=5$ ) の場合の  $N_{\nu \lambda}$



| $\nu$         | $j_1$ | 対 称         |             | 逆 対 称       |             |
|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|               |       | $N_{\nu 1}$ | $N_{\nu 2}$ | $N_{\nu 3}$ | $N_{\nu 4}$ |
| 1             | 2     | 0.37174804  | -0.60150095 | 0.44137616  | -0.32432561 |
|               | 1     | 0.5         | -0.5        | 0.48712129  | -0.25842533 |
|               | 1/2   | 0.55734541  | -0.43516214 | 0.50136408  | -0.22053112 |
|               | 1/3   | 0.57363485  | -0.41345261 | 0.50517344  | -0.21165968 |
| 2             | 2     | 0.22975291  | 0.47324899  | -0.49388888 | 0.86452503  |
|               | 1     | 0.          | 1.0         | -0.62521281 | 0.78045432  |
|               | 1/2   | -0.12218326 | 0.99250755  | -0.67123259 | 0.74124678  |
|               | 1/3   | -0.16018224 | 0.98708746  | -0.68419381 | 0.72930024  |
| 3             | 2     | -0.60150095 | -0.37174804 | -0.72521409 | -0.98694708 |
|               | 1     | -0.5        | 0.5         | -0.5596805  | -1.08723633 |
|               | 1/2   | -0.43516214 | -0.55734541 | -0.49312282 | -1.12108426 |
|               | 1/3   | -0.41345261 | -0.57363485 | -0.47328556 | -1.12960206 |
| $N_\lambda^2$ | 2     | 1.3819660   | 3.6180340   | 2.3189751   | 3.8816250   |
|               | 1     | 1.0         | 3.0         | 1.8834849   | 3.7165152   |
|               | 1/2   | 0.7192236   | 2.7807764   | 1.6388126   | 3.6611874   |
|               | 1/3   | 0.6125741   | 2.7207592   | 1.5543742   | 3.6456258   |

(6), (8) より圓的解法により  $\alpha$  を得、逐次近似により精値を求めることは容易である。固有値は i), ii) を合せて、 $n-1/4$  (半静定次数) だけ存在し、之等より得る  $N_{\nu \lambda}$  を用いて  $\lambda$  の計算を行なうには分岐法を利用すると容易である。詳細は講演の録述を。