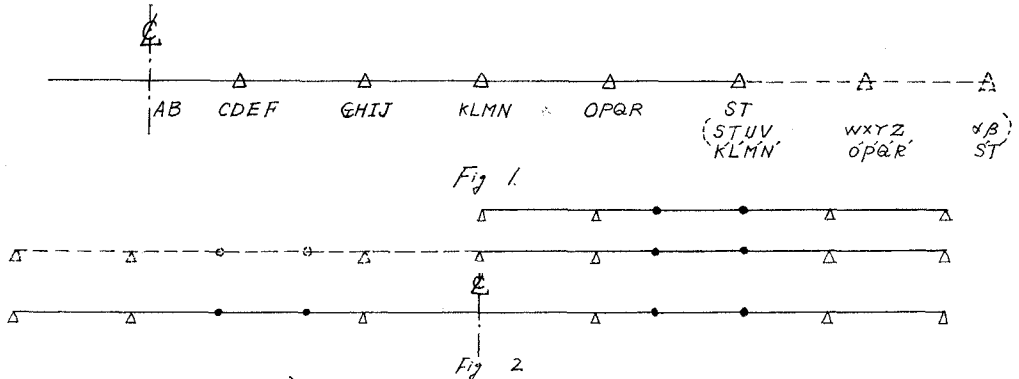


I-21 マスパン桁の自由振動

早稲田大学 正員 平島 政治

さらに、⁽¹⁾⁽²⁾ 著者はオ1図のようなマスパン桁の振動数方程式が、オ1式のように表わされることを示した。オ1図はスパン方向に対称軸を持つ形式を示してゐるが、対称軸を持たない一般のマスパン桁の場合には、オ2図に示すような考え方で假想的に桁を延長して考察すれば、オ1図の場合に含まれる。



対称型振動 $T(\ell\ell)$
 斜対称型振動 $C(\ell\ell)$

$$\left. \begin{matrix} T(\ell\ell) \\ C(\ell\ell) \end{matrix} \right\} = F(\ell\ell, \ell_2, \ell_3, \dots) = f(\gamma_{ij}) \quad \text{オ1式}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= \phi_{ij}(EH)\delta - \phi_{ij}(EI)\varepsilon \\ \delta &= \phi_{ij}(IJ)\delta_{ij} \\ \varepsilon &= \phi_{ij}(HJ)\delta_{ij} \\ \delta_{ij} &= \phi_{ij}(KL)\rho - \phi_{ij}(KM)\mu \\ \rho &= \phi_{ij}(MN)\rho_3 \\ \mu &= \phi_{ij}(LN)\rho_3 \\ \rho_3 &= \phi_{ij}(OP)\gamma - \phi_{ij}(OQ)\zeta \\ \gamma &= \phi_{ij}(QR)\xi_{ij} \\ \zeta &= \phi_{ij}(PR)\xi_{ij} \\ \xi_{ij} &= \phi_{ij}(ST) \end{aligned}$$

$$\xi_{ij} = \begin{vmatrix} S_1 S_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_1 T_2 & T_2 T_3 & T_3 T_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ U_1 U_2 & U_2 U_3 & U_3 U_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_1 V_2 & V_2 V_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_1 W_2 & W_2 W_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_1 X_2 & X_2 X_3 & X_3 X_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_1 Y_2 & Y_2 Y_3 & Y_3 Y_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_1 Z_2 & Z_2 Z_3 & Z_3 Z_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\delta_{ij} = \begin{vmatrix} K_1 K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_1 L_2 & L_2 L_3 & L_3 L_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_1 M_2 & M_2 M_3 & M_3 M_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 N_2 & N_2 N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & O_1 O_2 & O_2 O_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_1 P_2 & P_2 P_3 & P_3 P_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_1 Q_2 & Q_2 Q_3 & Q_3 Q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 R_2 & R_2 R_3 & R_3 R_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

こゝに、 $\phi_{ij}(AB) = A_i B_j - A_j B_i$

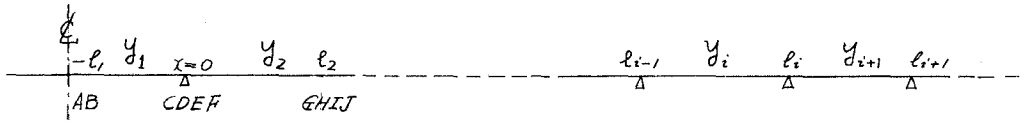
$$\xi_{ij} = \begin{vmatrix} S_i S_j \\ T_i T_j \end{vmatrix}$$

オ1図のようなスパン数の増加により、 ξ_{ij} は
 上式のようになり、前出の δ_{ij} と同じ形である、従つて
 Suffix を書き換へることにより展開式が求められ
 マスパン桁の振動特性式と直ぐに求むる。

(1) 土木学会論文叢 (58号) 「マスパン桁の振動数方程式」
 (2) 早稲田大学理工研報告 (オ7輯) 「桁の振動数方程式」

なお、本研究は、文部省科学研究費(各個研究)による研究の一部である。

次に、多スパン桁の中の任意スパンの正規函数を一般的に表示することを試みる。



$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11}A_1 + C_{12}A_2 + C_{13}A_3 + C_{14}A_4 = 0 \\ C_{11}B_1 + C_{12}B_2 + C_{13}B_3 + C_{14}B_4 = 0 \\ C_{11}C_1 + C_{12}C_2 + C_{13}C_3 + C_{14}C_4 = 0 \\ C_{11}D_1 + C_{12}D_2 + C_{13}D_3 + C_{14}D_4 = C_{21}D_5 + C_{22}D_6 + C_{23}D_7 + C_{24}D_8 \\ C_{11}E_1 + C_{12}E_2 + C_{13}E_3 + C_{14}E_4 = C_{21}E_5 + C_{22}E_6 + C_{23}E_7 + C_{24}E_8 \\ C_{21}F_5 + C_{22}F_6 + C_{23}F_7 + C_{24}F_8 = 0 \\ C_{21}G_5 + C_{22}G_6 + C_{23}G_7 + C_{24}G_8 = 0 \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$y_i = C_{i1} \cdot \cosh \cdot kx + C_{i2} \cdot \sinh \cdot kx + C_{i3} \cdot \cos \cdot kx + C_{i4} \cdot \sin \cdot kx$$

$$\begin{aligned} C_{i1} D_i &= 2\alpha_1 \cdot \bar{G}_{i-1} \cdot A_{i-1} \cdot C_{i-(i-1)} + \beta_1 \cdot \bar{Z}_{i-1} (\gamma_1 \cdot B_{i-1} \cdot C_{i-(i-1)} + \delta A_{i-1} \cdot D_{i-(i-1)} + A_i) \\ C_{i2} D_i &= 2\alpha_2 \cdot \bar{G}_{i-1} \cdot B_{i-1} \cdot C_{i-(i-1)} + \beta_2 \cdot \bar{Z}_{i-1} (\gamma_2 \cdot A_{i-1} \cdot C_{i-(i-1)} + \delta B_{i-1} \cdot D_{i-(i-1)} + B_i) \\ C_{i3} D_i &= 2\alpha_3 \cdot \bar{G}_{i-1} \cdot C_{i-1} \cdot A_{i-(i-1)} + \beta_3 \cdot \bar{Z}_{i-1} (\gamma_3 \cdot D_{i-1} \cdot A_{i-(i-1)} + \delta C_{i-1} \cdot B_{i-(i-1)} + C_i) \\ C_{i4} D_i &= 2\alpha_4 \cdot \bar{G}_{i-1} \cdot D_{i-1} \cdot A_{i-(i-1)} + \beta_4 \cdot \bar{Z}_{i-1} (\gamma_4 \cdot C_{i-1} \cdot A_{i-(i-1)} + \delta D_{i-1} \cdot B_{i-(i-1)} + D_i) \end{aligned}$$

ここに、

$$D_i = 2(\lambda C_{i-(i-1)} + \mu A_{i-(i-1)})$$

$$\begin{aligned} A_i &= \sinh \cdot k l_i & A_{i-j} &= \sinh \cdot (k l_i - k l_j) \\ B_i &= \cosh \cdot k l_i & B_{i-j} &= \cosh \cdot (k l_i - k l_j) \\ C_i &= \sin \cdot k l_i & C_{i-j} &= \sin \cdot (k l_i - k l_j) \\ D_i &= \cos \cdot k l_i & D_{i-j} &= \cos \cdot (k l_i - k l_j) \end{aligned}$$

	λ	μ	α_1	α_2	α_3	α_4	β_1	β_2	β_3	β_4
支 点—支 点	- /	+ /	+ /	- /	- /	+ /	+ /	- /	+ /	- /
支 点—ヒンジ	- /	- /	+ /	- /	+ /	- /	- /	+ /	+ /	- /
ヒンジ—ヒンジ	+ /	- /	- /	+ /	- /	+ /	- /	+ /	+ /	- /
ヒンジ—支 点	- /	- /	+ /	- /	- /	+ /	- /	+ /	- /	+ /

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	δ	$\bar{G}_{i-1}$	$\bar{Z}_{i-1}$
支 点—支 点	- /	- /	- /	+ /	- /	$\frac{1}{k} \cdot y_{i-1}$	$\frac{1}{k^2} \cdot y_{i-1}''$
支 点—ヒンジ	+ /	+ /	+ /	- /	+ /	$\frac{1}{k} \cdot y_{i-1}$	$\frac{1}{k^2} \cdot y_{i-1}''$
ヒンジ—ヒンジ	- /	- /	- /	+ /	- /	$\frac{1}{k^2} \cdot y_{i-1}''$	y_{i-1}
ヒンジ—支 点	+ /	+ /	+ /	- /	+ /	$\frac{1}{k^2} \cdot y_{i-1}''$	y_{i-1}