

I-11 不完全箱型合成桁の接り

東京都立大学 正員 山本 稔

鋼箱型桁とコンクリートスラブを Shear connector で結合してできた図のごとき断面の合成箱型桁の純接り問題を解析するに当り設けた假定は次の通りである。

1. 鋼箱型桁は薄肉材で形成され、コンクリートスラブに接触している上突縁板を除いては断面の中心線に沿った剪断力しか存在しない。

2. コンクリートスラブと鋼桁上突縁とは同じ shear connector で接触面の全面にわたって一様に結合され、かつ接触面の剪断応力はそこの相対的ズレに比例する。

3. また鋼桁腹板の上端で水平な假想切断面を考え、箱型合成桁がコンクリートスラブ、鋼桁上突縁及び溝型とした残りの鋼桁部分の3部分よりなるとする。そして腹板上端の切断面における応力及び変位の連続性はこの切断面と上突縁板の側面の間に成立つものと考えらる。

假定(3)は接合面の応力分布を論ずるに当り多少問題があるとはいえ、これらの假定は一般に十分に許容できるものと考えられる。なお記号の簡単化のため、箱型桁の溝型の断面部分を1材、上突縁板を2材、コンクリートスラブを3材と呼び、記号にはその右下に添字 1, 2, 3 を付し、各指標の材を表わさしめるものと約束する。

接り角は各材同一であるから、 θ で示すと Saint Venant の接りは

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} = -2G_i \theta \quad (i=1, 2) \quad \text{または} \quad -2G_c \theta \quad (i=3) \quad (1)$$

ここには応力函数 G_i, G_c は鋼及びコンクリートの剛性率である。

境界条件は2材の下面 $y=t_u$ 、3材の側面 $x=\pm a$ 及び上面 $y=-d$ において

$$\tau_{yz2} \Big|_{y=t_u} = 0, \quad \tau_{xz3} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \tau_{yz3} \Big|_{y=-d} = 0 \quad (2)$$

次に連続条件について考える。1材では中心線に沿った剪断力は一定であるから、これと Q で示すと

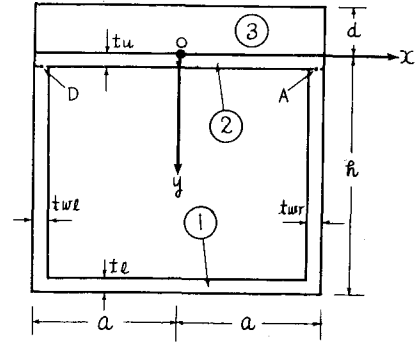
$$Q = \int_0^{t_u} \tau_{xz2} \Big|_{x=\pm a} dy \quad (3)$$

また1材と2材の変形が連続であるから

$$-w_{1A} + w_{1D} = -\frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} w_2 \Big|_{x=a} dy + \frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} w_2 \Big|_{x=-a} dy \quad (4)$$

2材と3材においては応力の連続性から

$$\tau_{yz2} \Big|_{y=0} = \tau_{yz3} \Big|_{y=0} \quad (5)$$



また假定(2)により, k を定数として

$$(w_2|_{y=0} - w_3|_{y=0}) k = \tau_{yz}|_{y=0} \quad (6)$$

したがって(2)~(6)の条件を満足するような応力函数中を探せばよい。この中として2材では

$$\phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2a} x \left\{ A_{2n+1} \cosh \frac{(2n+1)\pi}{2a} y + B_{2n+1} \sinh \frac{(2n+1)\pi}{2a} y \right\} + Hy(3x^2 - y^2) + G_d \theta (a^2 - x^2) \quad (7)$$

3材では

$$\phi_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2a} x \left\{ C_{2n+1} \cosh \frac{(2n+1)\pi}{2a} y + D_{2n+1} \sinh \frac{(2n+1)\pi}{2a} y \right\} + G_c \theta (a^2 - x^2) \quad (8)$$

と採る。

かくして(7)と(2)から

$$A_{2n+1} \cosh \frac{(2n+1)\pi}{2a} tu + B_{2n+1} \sinh \frac{(2n+1)\pi}{2a} tu - (-1)^n \frac{2^5 3 a^2 tu}{(2n+1)^3 \pi^3} H + (-1)^n \frac{2^5 G_d \theta a^2}{(2n+1)^3 \pi^3} = 0 \quad (9)$$

(8)と(2)から

$$C_{2n+1} \cosh \frac{(2n+1)\pi}{2a} d - D_{2n+1} \sinh \frac{(2n+1)\pi}{2a} d + (-1)^n \frac{2^5 G_c \theta a^2}{(2n+1)^3 \pi^3} = 0 \quad (10)$$

また(3)と(7)から

$$Q = H(3a^2 - tu^2) tu \quad (11)$$

(4)と(7)及び(11)から

$$\begin{aligned} & \frac{2}{G_d tu} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2a}{(2n+1)\pi} \left\{ A_{2n+1} \left[\cosh \frac{(2n+1)\pi}{2a} tu - 1 \right] + B_{2n+1} \sinh \frac{(2n+1)\pi}{2a} tu \right\} + \frac{H}{G_d} \left[2a(a^2 - tu^2) + tu(3a^2 - tu^2) \right] \left\{ \left(\frac{1}{tu_r} + \frac{1}{tu_d} \right) \left(h - tu - \frac{1}{2} te \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{te} \left(2a - \frac{tu_r + tu_d}{2} \right) \right\} \Bigg] = 0 \left\{ \left(2a - \frac{tu_r + tu_d}{2} \right) (2h - tu - te) - a tu \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

(5)と(7),(8)から

$$A_{2n+1} - C_{2n+1} + (-1)^n \frac{2^5 (G_s - G_c) \theta a^2}{(2n+1)^3 \pi^3} = 0 \quad (13)$$

また(6)と(7),(8)から

$$k \left(\frac{B_{2n+1}}{G_d} - \frac{D_{2n+1}}{G_c} \right) - \frac{(2n+1)\pi}{2a} A_{2n+1} + (-1)^n \frac{2^5 3}{(2n+1)^2 \pi^2} \left\{ 1 - \frac{2^3}{(2n+1)^2 \pi^2} \right\} \frac{k a^3}{G_s} H = (-1)^n \frac{2^4 G_s \theta a}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad (14)$$

かくして(9),(10),(13),(14)を連立させて $A_{2n+1}, B_{2n+1}, C_{2n+1}, D_{2n+1}$ を H の函数として求め, これを(12)に代入して H を決定すれば係数が定まるから問題は解決されたことになる。

そこで

$$\left. \begin{aligned} (-1)^n \frac{2^5}{(2n+1)^3 \pi^3} G_d \theta a^2 a_n &= A_{2n+1}, \quad (-1)^n \frac{2^5}{(2n+1)^3 \pi^3} G_d \theta a^2 b_n = B_{2n+1}, \quad \frac{G_s}{G} = g_d, \quad \frac{G_c}{G} = g_c, \quad \frac{H \theta}{G \theta} = e, \quad \frac{tu}{a} = i \\ (-1)^n \frac{2^5}{(2n+1)^3 \pi^3} G_d \theta a^2 c_n &= C_{2n+1}, \quad (-1)^n \frac{2^5}{(2n+1)^3 \pi^3} G_d \theta a^2 d_n = D_{2n+1}, \quad \frac{2a k}{(2n+1)\pi G} = k_n, \quad \frac{3k a}{2G_d} \left\{ 1 - \frac{2^3}{(2n+1)^2 \pi^2} \right\} = j_n \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

とすれば端面に働く応力モーメント m は

$$\begin{aligned} m &= G \theta a^4 \left[\frac{8}{3} (g_d \frac{tu}{a} + g_c \frac{d}{a}) + e \left\{ i(3-i^2) \left(2 - \frac{tu_r + tu_d}{2a} \right) \left(\frac{2h}{a} - \frac{tu + te}{a} \right) - i^2 \left(7 - \frac{3}{2} i^2 \right) \right\} \right. \\ & \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^9}{(2n+1)^3 \pi^3} \left\{ a_n b_n + b_n (a_n - 1) + c_n d_n + d_n (1 - r_n) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

また接合面の剪断応力は

$$\tau_{yz}|_{y=0} = G \theta a \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^4}{(2n+1)^3 \pi^3} \frac{\frac{2a k}{G}}{1 + \frac{k_n a_n}{g_d \beta_n} + \frac{k_n r_n}{g_c \delta_n}} \left\{ \left(-\frac{j_n}{k_n} + \frac{3i}{g_d \beta_n} \right) e + \frac{\alpha_n - 1}{\beta_n} + \frac{r_n - 1}{\delta_n} \right\} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2a} x \quad (17)$$