Ⅳ—27 曲線桁橋の設計について

大阪大学 安宅 勝

曲線桁については最近，平井，倉西[1]，難波，上前，鎌田[2]氏等の報告があるが，設計方針その他に就て、二三蛇足を加えることゝする。

曲線桁に於ては，外側の桁は加重され，内側の桁は抜重される。その結果，内側と外側の桁に於て、断面に著しい差を生じ，断面決定の上に困難を生ずるばかりでなく，不経済な断面となる。 今，外側桁の曲げモーメントをM_a，内側桁の曲げモーメントをM_i，一格間の交角をφとすれば，横桁に作用する應力は，(Fig. 2)

$$O_a = M_a \varphi \quad , \quad O_i = M_i \varphi$$

$$V \fallingdotseq \frac{\varphi}{b}(M_a + M_i) \qquad \text{------------------} \; 1)$$

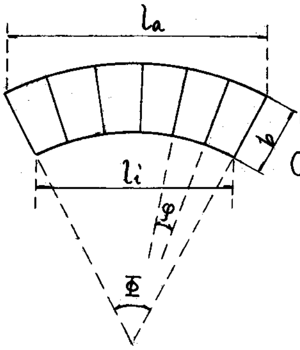


Fig. 1

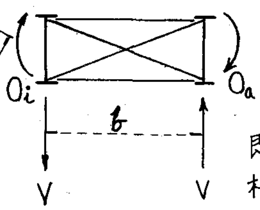


Fig. 2

即ち横桁は桁の安定を保つ重要な部材であって，相当な應力を受けることが判る。

従って，この應力に堪える様に，横桁は単なる床構造としてではなく，断面と端部の連結とを考慮せねばならぬ。

曲線桁の設計には，Gottfeldtの公式[3,4,5]を用いることがある。この公式は簡明で，使用に便利であるが，公式の意味をよく理解して，計算の仮定と設計とが矛盾せぬ様に気をつけねばならない。Gottfeldtの公式はその誤りを正して，Hartmannによって彼の著書[3]に紹介されているが，Hartmannも影響線の表示に於て誤りをしている。(Hartmann : S.469, Abb. 425) このことは、平井教授も指摘して居られるが，曲線桁に於ては両主桁相互間に於て$M_{ai} \neq M_{ia}$であるのに、これを間違えて居るためである。

参照のためにGottfeldtの公式を揭げると，

M_{ak}, M_{ik} ---------- 外側桁，内側桁のk点に於る曲げモーメント

r_a, r_i ---------- 主桁の曲線半径

r_0 ---------- 荷重位置の曲線半径

φ ---------- 一格間の交角(radian)

$\left.\begin{array}{l} \lambda_a = 2 r_a \sin \varphi/2 \\ \lambda_i = 2 r_i \sin \varphi/2 \end{array}\right\}$ ----- 格間長

$(r_a \lambda_i = r_i \lambda_a)$

m ---------- 載荷点

$n\varphi$ ---------- 全交角

として

$$k \leqq m, \qquad \left.\begin{aligned} M_{ak} &= \frac{Pr_0\lambda_a}{b}\cdot\frac{\sin(n-m)\varphi\sin k\varphi}{\sin\varphi\sin n\varphi} - \frac{Pr_i\lambda_a}{b}\cdot\frac{(n-m)k}{n} \\ M_{ik} &= -\frac{Pr_0\lambda_i}{b}\cdot\frac{\sin(n-m)\varphi\sin k\varphi}{\sin\varphi\sin n\varphi} + \frac{Pr_0\lambda_i}{b}\cdot\frac{(n-m)k}{n} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots 2)$$

$$k \geqq m, \qquad \left.\begin{aligned} M_{ak} &= \frac{Pr_0\lambda_a}{b}\cdot\frac{\sin m\varphi\sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi\sin n\varphi} - \frac{Pr_i\lambda_a}{b}\cdot\frac{m(n-k)}{n} \\ M_{ik} &= -\frac{Pr_0\lambda_i}{b}\cdot\frac{\sin m\varphi\sin(n-k)\varphi}{\sin\varphi\sin n\varphi} + \frac{Pr_a\lambda_i}{b}\cdot\frac{m(n-k)}{n} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots 3)$$

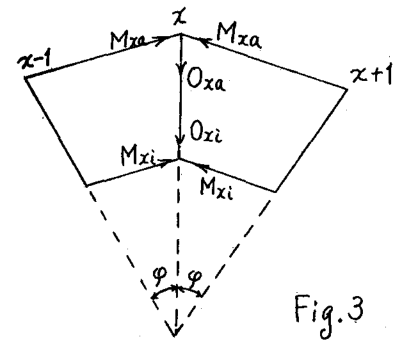


Fig.3

Gottfeldtの式は元来、Fig.3に示す様に立体トラスの理論に基いて作られ、

$$\left.\begin{aligned} O_{xa} &= 2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot M_{xa} \\ O_{xi} &= 2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot M_{xi} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots 4)$$

の様な平衡條件を出發点としている。従って主桁を格間内に於て曲げて作れば、主桁に捩れを生じ、フランジに言わば、水平力が作用したと同じことになる。[2)]

この値は正しくは不静定應力として求めなければならない。この水平力が突縁の断面に、相当に影響するために、格間長、即ちφを余り大きくとれぬために苦労するのである。

この対策としては、1). 上フランジはスラブ止めによってこの水平力を吸收させる。2). 下フランジは特殊のLateralによってこの作用をさせる。ことが考えられる。直線桁に於ては、スラブ止めを用いることは安全側と考え得るが、曲線桁に於ては、内側の桁が危険側になり、この影響も大きい様に思はれ、原理論の仮定と離れる危険があるので、若し使用するとしても、これを主桁に沿って滑る様な構造(例えばFig.4)にすべきだと考えられる。スラブ止めを用いる以上は、上述の横力を吸收させるさせぬは別としても、この留意が肝要である。

Fig. 4

Fig. 5

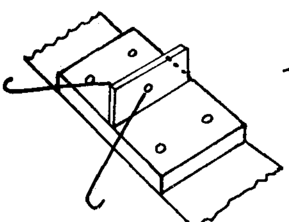
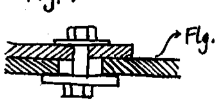
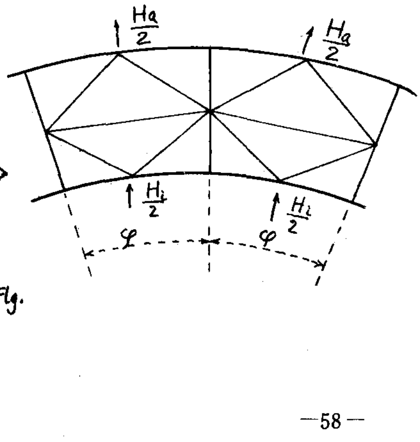


Fig.4





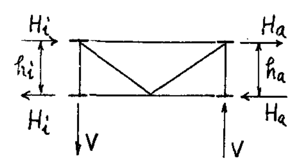


Fig.6

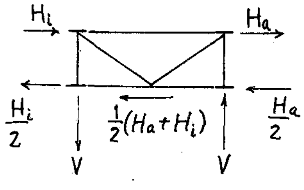


Fig.7

又、lateral を用いる場合には、中間に1本通したFig.5を用いると有利である。かくすれば、実質的には $\varphi/2$ に格間を割ったと同じことになり、又Fig.6, Fig.7 から判る様に主桁の應力にも影響しない。これに反して若しFig.6の様なLateralを用いると、水平力 Ha が lateral と cross beam に傳るために、Vに変化を生じ、原理論との喰い違いが大きくなり、不静定構造となる。この種の lateral は外側桁の應力を減じ、内側桁の應力を増す作用をするから、曲線桁としては望ましいのであるが、原理論とは異った理論を使用せねばならぬ。猶、Gottfeldtの原論文はくどくて判り難いので次の様にこれを誘導してみた。

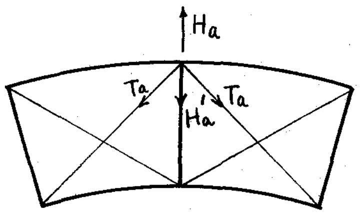


Fig.8

Gottfeldt式の誘導　(Fig.3 参照)

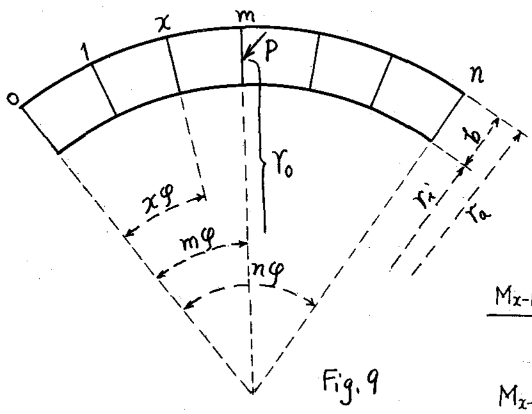


Fig.9

$$\left.\begin{aligned} O_{xa} &= 2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot M_{xa} \\ O_{xi} &= 2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot M_{xi} \end{aligned}\right\} \text{----}4) \qquad \left.\begin{aligned} \lambda_a &= 2r_a\sin\frac{\varphi}{2} \\ \lambda_i &= 2r_i\sin\frac{\varphi}{2} \end{aligned}\right\} \text{----}6)$$

$$\left.\begin{aligned} P_{ma} &= P\times\frac{(r_a-r_0)}{b} \\ P_{mi} &= P\times\frac{(r_0-r_i)}{b} \end{aligned}\right\} \text{-----}5)$$

格点の平衡條件、$x \neq m$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{M_{x-1,a}-2M_{x,a}+M_{x+1,a}}{\lambda_a}+\frac{O_{xa}+O_{xi}}{b}=0 \\ &\frac{M_{x-1,i}-2M_{x,i}+M_{x+1,i}}{\lambda_i}-\frac{O_{xa}+O_{xi}}{b}=0 \end{aligned}\right\} \text{--------}7)$$

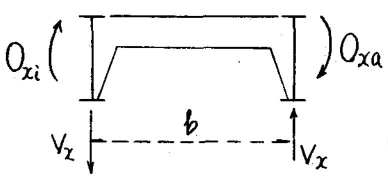


Fig.10

7) に 4), 6) の関係を入れると、7) は pt. x に於て

$$\left.\begin{aligned} &(M_{x-1,a}-2M_{x,a}+M_{x+1,a})+2(1-\cos\varphi)\frac{r_a}{b}(M_{xa}+M_{xi})=0 \\ &(M_{x-1,i}-2M_{x,i}+M_{x+1,i})-2(1-\cos\varphi)\frac{r_i}{b}(M_{xa}+M_{xi})=0 \end{aligned}\right\} \text{-----}8)$$

pt. m に於ては

$$\left.\begin{aligned} &(M_{m-1,a}-2M_{m,a}+M_{m+1,a})+2(1-\cos\varphi)\frac{r_a}{b}(M_{ma}+M_{mi})=-P_{ma}\lambda_a \\ &(M_{m-1,i}-2M_{m,i}+M_{m+1,i})+2(1-\cos\varphi)\frac{r_i}{b}(M_{ma}+M_{mi})=-P_{mi}\lambda_i \end{aligned}\right\} \text{--------}9)$$

解は 8) を解いて boundary condition として 9) を満足せしめる。

8)の解

8a) × r_i + 8b) × r_a を作れば

$$(M_{x-1,a}-2M_{xa}+M_{x+1,a})r_i+(M_{x-1,i}-2M_{xi}+M_{x+1,i})r_a=0$$

$$\therefore\ M_{xa}r_i+M_{xi}r_a=0 \qquad \text{-----------------}10)$$

10) を 8) に入れると、

$$\left.\begin{array}{l}(M_{x-1,a}-2M_{x,a}+M_{x+1,a})+2(1-\cos\varphi)M_{xa}=0\\(M_{x-1,i}-2M_{xi}+M_{x+1,i})+2(1-\cos\varphi)M_{xi}=0\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 11)$$

従って，

$$\left.\begin{array}{l}M_{xa}=A\sin x\varphi+B\cos x\varphi\\M_{xi}=-\dfrac{r_i}{r_a}(A\sin x\varphi+B\cos x\varphi)\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 12)$$

$M_{xa}+M_{xi}=0$ と置けば，8）より　$M_{xa}=-M_{xi}=Cx+D$

結局

$$\left.\begin{array}{l}M_{xa}=A\sin x\varphi+B\cos x\varphi+Cx+D\\M_{xi}=-\dfrac{r_i}{r_a}(A\sin x\varphi+B\cos x\varphi)-Cx-D\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 13)$$

Constantは次の様にして定める。

$$\left.\begin{array}{ll}x\leq m, & M_{xa}=A\dfrac{\sin x\varphi}{\sin m\varphi}+\dfrac{Cx}{m}\\x\geq m, & M_{xa}=-\dfrac{A\sin(n-x)\varphi}{\sin(n-m)\varphi}+\dfrac{C(n-x)}{n-m}\end{array}\right\}\cdots 14) \quad \left.\begin{array}{ll}x\leq m, & M_{xi}=-A\dfrac{r_i}{r_a}\dfrac{\sin x\varphi}{\sin m\varphi}-C\dfrac{x}{m}\\x\geq m, & M_{xi}=-A\dfrac{r_i}{r_a}\dfrac{\sin(n-x)\varphi}{\sin(n-m)\varphi}-\dfrac{C(n-x)}{n-m}\end{array}\right\}\cdots 15)$$

14)，15）を 9）に入れると，

$$\left.\begin{array}{l}(M_{m+1,a})_{x>m}-(M_{m+1,a})_{x<m}=-P_{ma}\lambda_a\\(M_{m+1,i})_{x>m}-(M_{x+1,i})_{x<m}=-P_{mi}\lambda_i\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 16)$$

これより

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{A\sin\varphi\sin n\varphi}{\sin(n-m)\varphi\sin m\varphi}+\dfrac{n}{m(n-m)}C=\dfrac{P(r_o-r_i)\lambda_a}{b}\\A\dfrac{r_i}{r_a}\cdot\dfrac{\sin\varphi\sin n\varphi}{\sin(n-m)\varphi\sin m\varphi}+\dfrac{n}{m(n-m)}C=-\dfrac{P(r_a-r_o)\lambda_i}{b}\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 17)$$

$$\left.\begin{array}{l}A=\dfrac{Pr_o\lambda_a}{b}\cdot\dfrac{\sin(n-m)\varphi\sin m\varphi}{\sin\varphi\sin n\varphi}\\C=-\dfrac{Pr_a\lambda_i}{b}\cdot\dfrac{m(n-m)}{n}\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots 18)$$

従って　2)，3）を得る。 茲に，$r_a\lambda_i=r_i\lambda_a$ である。

文　献

1). 平井敦，倉西茂：曲線橋について，土木学会第12回年次講演会（北海道）
2). 難波，上前，鎌田：白糸橋工事報告　道路 1957-4
3). Hartmann： Stahlbrücken Wien 1951
4). Gottfeldt ： Bautechnik 10, 1932
5). 〃 ： Stahlbau 6, 1933