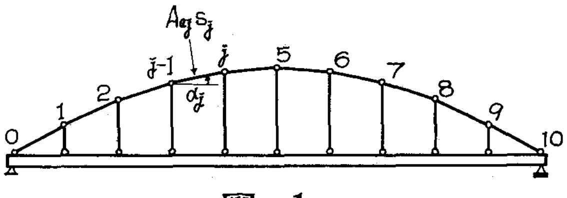
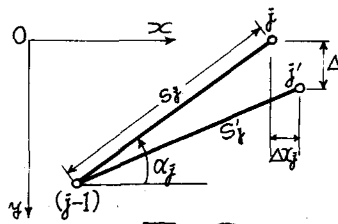
IV—16　ランガー・ガーダーの固有振動について

熊本大学　正員　吉村虎蔵

こゝにランガー・ガーダーとは補剛桁をもつランガー橋をいう。補剛トラスをもつランガー橋の振動実験論文は数多く見られるが，ランガー・ガーダーの振動の実験論文を筆者は知らない。昭和32年6月，熊本市子飼橋ランガー・ガーダー（一等道路橋，支間57.20 m，拱矢9.00 m，放物線アーチ，有効巾員7.25 m）が九州地方建設局によって架設された直後，13^tトラック$(=9.2^t+3.8^t)$による応力測定[1]時の歪記録によれば，使用速度のいずれに対しても，アーチおよび補剛桁中央は，$T=0.344$ sec.の減衰自由振動をすることが知られた。ランガー橋の振動については，谷藤・安部両氏の理論があり[2]，他には補剛トラスをもつランガー橋の自由振動数の計算にPohlhausen氏の漸近的近似解法[3]があるだけである。後者は本橋に適用できないので，前者の理論で計算した結果，$T=0.271$ sec.を得た。この理論値は実験値と異るので，こゝに発表する方法で解析を進めたところ，$T=0.356$ sec.が得られた。上記理論との相異点は，一次応力計算のときと同様に，アーチを滑節折線アーチとして取扱ったことゝ，アーチの各節点の水平変位と鉛直変位の両者を併せ考えてエネルギーの式をつくったことである。また，補剛桁の$\frac{1}{4}l$点附近の歪記録に$T=0.432$ sec.の現われることについても，当日私見を述べたいと思う。



図−1



図−2

[理論の概要]

図-1に示すように，アーチ節点を左端より $0, 1, 2, \cdots, j \cdots, n$ と名づけ，拱肋$(j-1)\sim j$の傾斜角，断面積，材長をそれぞれα_j，A_{aj}，s_jとする。この材が変形の後，節点jが$(j-1)$に対して，相対的にj'の位置に移り，図-2に示すごとくΔx_j，Δy_jなる変位を生じたとすれば，材長s_jのちぢみΔs_jは次式にて示される[4]。

$$\Delta s_j = \Delta y_j \sin\alpha_j - \Delta x_j \cos\alpha_j \qquad \cdots\cdots(1)$$

故に，上の変形によって生ずる拱肋の軸力および補剛桁の軸力は，それぞれ次式で表わされる。

$$\Delta P_j = \frac{A_{aj}E}{s_j}\Delta s_j \qquad \cdots\cdots(2)$$

$$\Delta H = \Delta P_j \cos\alpha_j = \frac{A_{aj}E}{s_j}\cos\alpha_j \, \Delta s_j \qquad \cdots\cdots(3)$$

ここにEは材のヤング率にして、上の諸式は、$j=1,2,\cdots\cdots,n$ のいずれに対しても成立することはいうまでもない。

次に Δs_j を鉛直たわみ y の関数として表わすために、Δx と Δy との関係を求める。アーチの節長の相対水平移動量 Δx の代数和 $\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$ は、補剛桁の伸び Δl と等しかるべきであるから

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i = \Delta l = \frac{l}{A_g E}\Delta H \qquad \text{------------ (4)}$$

ただし、l は支間、A_g は補剛桁断面積。式(4)に式(3)を入れ、式(1)の関係を考慮すれば、次式が得られる。

$$\frac{A_g E}{l}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i + C_j\,\Delta x_j = B_j\,\Delta y_j \qquad (j=1,2,\cdots\cdots,n) \quad \text{------ (5)}$$

ここに、$B_j=(A_{aj}E/\lambda)\cos^2\alpha_j \sin\alpha_j$, $C_j=(A_{aj}E/\lambda)\cos^3\alpha_j$, λ は格間長を示す。式(5)は $j=1,2,3,\cdots\cdots,n$ に対して独立の n 個の式で、これを連立に解けば、任意節長の Δx は、全節長の Δy で表わされることとなり、次に示すエネルギーの式中(6.2),(6.3)の Δs_j を y のみの関数で表わすことができる。

運動のエネルギーの最大値は、橋の自重が補剛桁に全部等分布すると考え、その単位長当りの質量を ρ とし、振動形を $\eta = y(x)\cdot\cos(\nu t+\beta)$ とすれば、

$$T = \frac{1}{2}\rho\nu^2\int_0^l y^2\,dx \qquad \text{------- (6.1)}$$

上の運動エネルギーと等しかるべき、位置エネルギーの最大値は次の各項の和として表わされる。（$n=10$ の場合）

$$\text{拱肋(軸力)}\quad V_{\Delta p} = \sum_{j=1}^{10}\frac{1}{2}\Delta P_j\,\Delta s_j = \sum_{j=1}^{10}\frac{1}{2}\frac{10\cdot A_{aj}E}{l\,\sec\alpha_j}(\Delta s_j)^2 \qquad \text{-------- (6.2)}$$

$$\text{補剛桁(軸力)}\quad V_{\Delta H} = \frac{1}{2}\Delta H\cdot\Delta l = \frac{1}{2}\frac{10\cdot A_{a1}^2E}{A_g\,l\,\sec^2\alpha_1}(\Delta s_1)^2 \qquad \text{------- (6.3)}$$

$$\text{補剛桁(曲げ)}\quad V_M = \frac{1}{2}EI\int_0^l\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2dx \qquad \text{------- (6.4)}$$

ただし、式(6.3)は第1拱肋で表現したが、他の拱肋で表現してもよく、(6.4)式の I は補剛桁の断面2次モーメント。なお、吊材の伸びを無視して、補剛桁とアーチは同じ鉛直振動をすると考えるため、吊材の歪エネルギーは一応無視する。

今規準関数として、$y(x)=a_1\sin\frac{\pi x}{l}+a_3\sin\frac{3\pi x}{l}$ なる対称振動について、式(5)をつくれば、表-1の連立方程式が得られ、これを解いて(6.2),(6.3)に入れ、振動数が最小になる様條件を入れれば、振動数方程式が得られ、これから $\nu=17.63$, $T=0.365_{\text{sec.}}$ を得る。

NO	Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4	Δx_5	右辺
1	3.0882	1	1	1	1	1.1828 Δy_1
2	1	3.4292	1	1	1	1.0701 Δy_2
3	1	1	3.5882	1	1	0.8145 Δy_3
4	1	1	1	3.8301	1	0.5344 Δy_4
5	1	1	1	1	3.9656	0.1866 Δy_5

(子飼橋の場合)

表－1

子飼橋の実験は九建熊本工事々務所長古賀雷四郎氏の厚意により行ったもので、本学福井・清田教授、松本・川本助教授、九建北村律太郎氏の協力を得た。附記して謝意を表する。

(注) (1) 第4回道路会議、(2) 土研報告 Vol.83,84，学会論文集第14号
(3) 例えば、ブライヒ 鋼橋の理論と計算、(4) 例えば、(3)の文献