

III-39 急勾配水路に於ける乱流境界層の発達について

東京大学工学部 准員 日野幹雄

1 — 一般に乱流境界層の問題は、von Kármánの運動量方程式と Blasiusの抵抗法則により解かれることが多い。しかし、ダムを越える流れの杯に、流速変化の大きい流れの乱流境界層の問題を取り扱うには、流速分布の形の変化の影響をうけることの少ない shape parameter (von Kármán eq では、 $H = \delta^*/\theta$) を用いること、及び広い Reynolds数の範囲に適用しうる抵抗法則又はそれに相当するものを用いることが望ましい。この点からは、Wiegardt の導いたエネルギー方程式を用いて、より良い結果が得られる。

2 — Prandtlの境界層方程式に、 u を掛け境界層内で積分して、エネルギー方程式

$$\frac{1}{2u^3} \frac{d}{dx} (H u^3 \theta) = - \int_0^{\delta} \frac{u}{\rho u^3} \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \left(= - \frac{d_1 + t_1}{\rho u^3} \right) \quad (1)$$

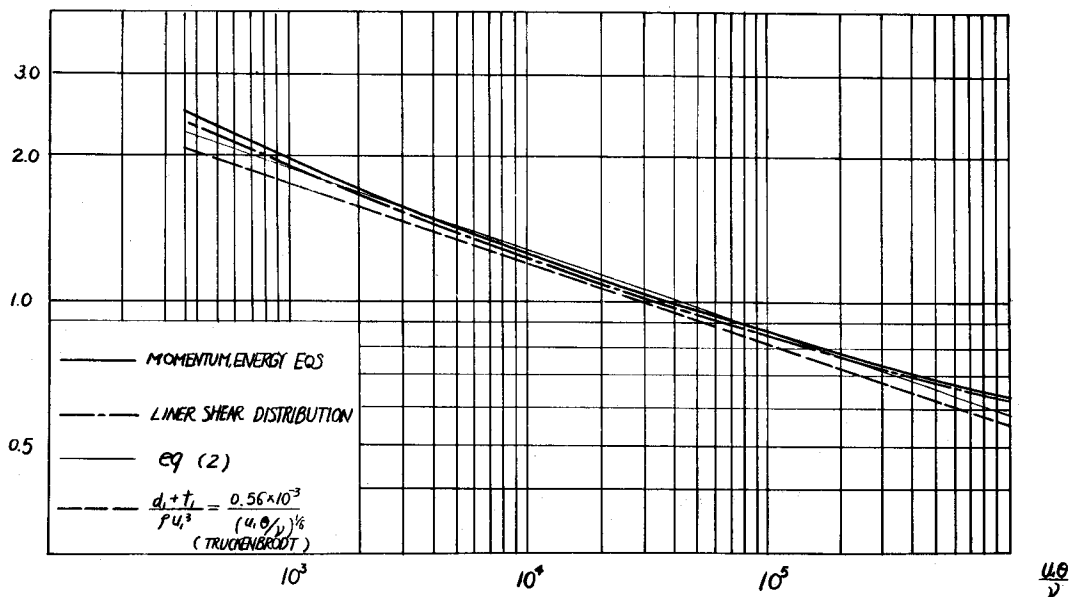
$$H = \delta_e / \Delta$$

が得られる。この右边は、乱れのエネルギー $(\tau/\rho u^3)$ と、摩擦により熱に変るエネルギーを知で、von Kármán eq. を用いる際の Blasius law に相当する項である。運動量方程式とエネルギー方程式を連立させて、 $u/u_* = \phi(u_* y/\nu)$ の型の流速分布を仮定して、一般的にこの項を求めた。Fig 1は流速の対数分布法則より計算したものを示す。これから種々の計算に利用し得る杯に簡単な型の近似式を、式(2)の杯に与える。

$$\frac{d_1 + t_1}{\rho u^3} = \frac{0.60 \times 10^{-3}}{(u_* y/\nu)^{1/6}} \quad (2)$$

$\frac{d_1 + t_1}{\rho u^3} \times 10^3$

Figure 1



Truckenbrodt¹⁾が、 θ を無視して与えた式と比較すれば、Fig 1 の如くである。

又、式(1)にもしられる shape parameter $\bar{H}$ は、同一の流速分布型の変化に対し、 H より遙かにその影響を受けることが少い。

3 一 開水路に於ける境界層の発達は、境界層とその外側の流れとの相互干渉を考慮しなければならず、平板に於う流れより、一層複雑である。しかし、水路の勾配が急な場合は、この影響は無視し得て、むしろ流速の加速が与える影響をもつことになる。

ダムを越える流れの場合、越流水深を H 、勾配を $\sin \alpha$ 、流れの方向の距離を x 、水深を h とすれば、境界層の発達を及ぼさないポテンシャル流れの領域では、流速 u は

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{3}{2}H + x \sin \alpha - h \cos \alpha \quad (3)$$

で与えられる。下流では h を無視しうから、式(1),(2),(3)から、 x と momentum thickness θ の関係が求められる。

$$\frac{\theta}{x} = 0.006715 R_x^{-1/4} \quad (4)$$

$$\theta = 0.00639 \left(\frac{v}{\sqrt{g}} \right)^{1/4} (\sin \alpha)^{1/4} x^{1/4} \quad (5)$$

Fig 2 には、Bauer の実験値²⁾、von Kármán eq. と Blasius law より求められた Halbronn の理論値³⁾、式(5)の比較を示す。(但し、Bauer の実験値は、 θ のかわりに境界層の厚さ δ で与えてあるので、 $\delta/\theta = 72/7$ の関係を用いてプロットした。)

1) TRUCKENBRODT: Ein Quadratwurverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Reibungsschicht bei ebener und rotationsymmetrischer Strömung Ing.-Arch. 20 (1952)

2) BAUER: The development of the turbulent boundary layer on steep slopes. Proc. ASCE 79 (1953)

3) HALBRONN: Discussion of the above paper. Proc. ASCE 81 (1955)

Figure 2

