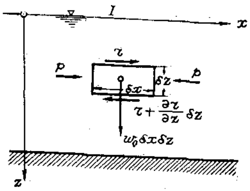
III－36　開水路の垂直流速曲線と竿浮子の補正係数

中央大学工学部　正員　春日屋　伸昌

開水路の垂直流速曲線式を導くために，流れの方向にx軸，深さにそってz軸をとり，流れの中に単位幅の微小体$\delta x\,\delta z$を考える。z点での乱れによるセン応力をτとし，x方向の力の釣合を考えると，上下流面に垂直に働く力$p\,\delta z$は相殺されるから，次の式が成り立つ（w_0は水の単位容積重量，Iは水面勾配）。



$$\tau\,\delta x-\{\tau+(\partial\tau/\partial z)dz\}\delta x+w_0\,\delta x\,\delta z\cdot I=0 \qquad (a)$$

$$\therefore\ \partial\tau/\partial z=w_0 I \qquad (b)$$

これを積分すれば，$\tau=w_0 I z+c$（c：積分定数）がえられるから，河底$z=h$におけるセン応力をτ_0とすれば，$c=\tau_0-w_0 I h$となって，結局τは，

$$\tau=w_0 I\,(z-h)+\tau_0 \qquad (c)$$

ところで，τは，渦動粘性係数をε，水の密度をρ，z点での流速をvとして，$\tau=-\rho\,\varepsilon\cdot dv/dz$で与えられるから，$g$を重力加速度として，（c）式より，

$$\varepsilon\cdot dv/dz=gI(h-z)-(\tau_0/\rho) \qquad (d)$$

最大流速の位置の水深に対する割合をα（αは正，負，0の値をとりうる）とすれば，$z=\alpha h$において$dv/dz=0$であるから，（d）式より，

$$\tau_0/\rho=ghI\,(1-\alpha) \qquad (e)$$

（e）式を（d）式に入れて，

$$\varepsilon\cdot dv/dz=ghI\{\alpha-(z/h)\} \qquad (f)$$

εは一般にzの函数であるが，Boussinesqに従って定数と仮定すれば，（f）式を積分し，cを積分定数として，

$$v=(ghI/\varepsilon)\{\alpha z-(z^2/2h)\}+c \qquad (g)$$

表面流速をv_sとすれば，$c=v_s$となるから，（g）式は，

$$v=v_s+(ghI/\varepsilon)\{\alpha z-(z^2/2h)\} \qquad (h)$$

さて，縦平均流速v_mは，次のようになる。

$$v_m=\frac{1}{h}\int_0^h v\,dz=v_s+\frac{gI}{\varepsilon}\left(\frac{\alpha h^2}{2}-\frac{h^2}{6}\right)=v_s-\frac{gI}{6\varepsilon}(1-3\alpha)h^2 \qquad (i)$$

（h），（i）両式よりεを消去すると，$k=v_s/v_m$として，

$$v=(v_m/p)\{pk+2\alpha(z/h)-(z/h)^2\},\ \ [\,p=(1-3\alpha)/\{3(k-1)\}\,] \qquad (j)$$

（j）式は垂直流速曲線を軸が水平な２次放物線と仮定した従来の諸公式のすべてを含む。下の左は従来の公式，その右は（j）式よりその公式をうるための条件を示す。ただし，CはChèzyの流速係数（$v_m=C\sqrt{hI}$）である。

Bazin公式　$v=v_m+\{8-24(z/h)^2\}\sqrt{hI}$　　$\alpha=0,\ k=1+(8/C)$

Boussinesq公式　$v=v_m[1+(a/3C)\{(1/3)-(z/h)^2\}]$　　$\alpha=0,\ p=3C/a$（a：定数）

Humphreys-Abbot公式　$v=v_{max}-(0.28v_m/\sqrt{h+0.46})^{0.5}\{(z-z_0)/h\}^2$　　$p=(\sqrt{h+0.46}\,v_m/0.28)^{0.5}$

（v_{max}：最大流速，z_0：最大流速の点の深さ）

安芸公式　$v=\{C+(20/3)-20\alpha+40\alpha(z/h)-20(z/h)^2\}\sqrt{hI}$　　　$p=20/C$

（j）式中の2つのパラメータk，αは種々の因子によって変動し，多数の資料の統計的処理の結果によると，強い順風が吹く程kは大きく，αは小さくなり，河底粗度が小さくなる程αは大きくなる（$k=1.0\sim1.4$，平均1.1，$\alpha=-0.3\sim0.3$，平均0.2）。

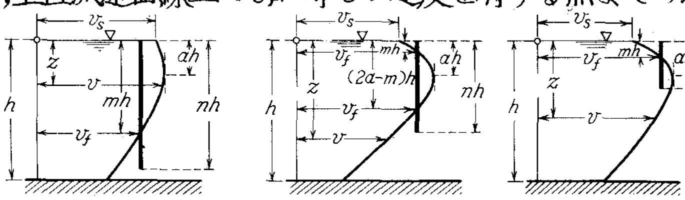
（j）式を用いれば，竿浮子の補正係数を導くことができる。竿浮子に働く外力は，流速と浮子の速度との差に基因する動水圧，浮子の自重，浮子に働く浮力，水表面上の一部に働く風圧である。竿浮子が流水に投下されてから一定の速度v_fに達して以後は，$v>v_f$の点の動水圧を正，$v<v_f$の点のそれを負とし，自重と浮力とは釣合っているため考慮する必要がなく，風圧を無視すれば，正の動水圧の総和は負のそれと大きさが等しい。

図はv_fと（j）式のvとの関係を3つに分類して示したもので，竿浮子の吃水比をn（水中の長さを水深hで割ったもの），垂直流速曲線上でv_fに等しい速度を有する点までの深さの水深に対する比をmとおく。

いずれの場合においても，

$v_f=(v_m/p)(pk+2\alpha m-m^2)$　　（K）

動水圧は速度差の2乗に比例し，竿浮子の太さは一様とすれば，図の各々について，次の式が成り立つ。ただし，$F(z)\equiv(v_f-v)^2=(v-v_f)^2$である。



（Ⅰ）　　（Ⅱ）　　（Ⅲ）

$$\left.\begin{aligned}&(\mathrm{I}),(\mathrm{III})\text{ の場合}\quad \int_0^{mh}F(z)\,dz=\int_{mh}^{nh}F(z)\,dz\\&(\mathrm{II})\text{ の場合}\quad \int_{mh}^{(2\alpha-m)h}F(z)\,dz=\int_0^{mh}F(z)\,dz+\int_{(2\alpha-m)h}^{nh}F(z)\,dz\end{aligned}\right\}\qquad (l)$$

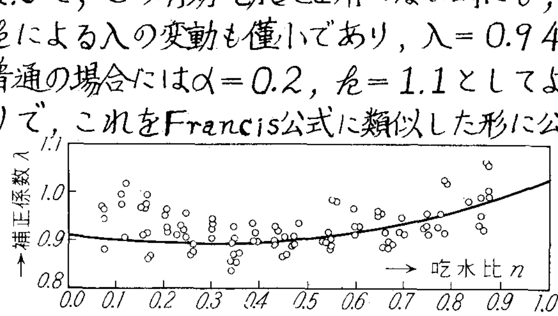
（j），（K）両式より，$F(z)\equiv(v-v_f)^2=(v_m^2/p^2)\{m^2-2\alpha m+2\alpha(z/h)-(z/h)^2\}^2$であるから，これを（l）式に入れて積分し，$n$，$\alpha$の種々な値に対して$m$を解けば，補正係数$\lambda=v_m/v_f$は（K）式より，

$$\lambda=p/(pk+2\alpha m-m^2)\ ,\ p=(1-3\alpha)/\{3(k-1)\}\qquad (m)$$

（m）式より，α，k，nを与えればλを知りうる。その結果，λは$0.8\sim1.0$で，αとkの中，λに大きく影響するのはkである。$n>0.5$ならばnが大きくなればλは増大し，nが一定ならばk，αが小さくなればλは増大する。$n=0.93$付近ではλはk，αに影響されず約1.0で，この有効吃水比を用いない時にも，$n\geqq0.85$ならばαはλに殆んど無関係で，kによるλの変動も僅小であり，$\lambda=0.94\sim1.00$となる。無風時で粗度が普通の場合には$\alpha=0.2$，$k=1.1$としてよいから，その時のλは左の表の通りで，これをFrancis公式に類似した形に公式化すると，

n	λ
1.00	1.028
0.90	0.989
0.80	0.958
0.70	0.934
0.60	0.916

$$\lambda=1.053-0.214\sqrt{1-n}\qquad (n)$$



左図は筆者が静岡県浜名用水において行なった96個の実験値と理論曲線とを示したものである。