

III-32 曲りと助走距離が管水路内の流速分布に及ぼす影響

中央大学工学部

正員 春日屋 伸昌

○ 准員 寺中 啓一郎

従来の管水路における流量測定は、板谷管やHK式ピトー管を用いて流速を測定し、測定直径によつての流速曲線を管軸の回りに回転した回転面が実際の流速曲面が近似的に表わされるとする仮定のもとに流量測定を行つてきたが、この仮定は、助走距離や下部直線部分が十分に長くレイノルズ数が小さい場合には成り立つが、一般には必ずしも成立しない。またHK式のように同時測定のできないものは水の流れの脈動のために正確な値を求めることができなくなり、板谷管での方式によると同時測定の時に流速の測定点の数が10箇所となり、おのおの水圧計間に干渉があり、また管内の廃棄物が動圧孔に引っ掛つて測定が困難となる。そこで観測点の数をなるべく少なくして同時測定を可能とし、かつ流速曲面を必ずしも回転面と仮定しないで、精度の高い流量算定式を導き、実験により曲りと助走距離による流速分布曲面の変化をしらべ、流量算定式の適否および精度を研究する。

半径 R の管水路の横断面の中心 O を通る直交2直径を x 軸、 y 軸とし、任意の点の流速 v を $v=f(x, y)$ とし、これをマクローリン級数に展開したものを、

$$f(x, y) = \sum_{r,s=0}^{\infty} a_{rs} x^r y^s \quad (1)$$

とすれば、管水路内の平均流速 V_m は、

$$V_m = \frac{1}{\pi R^2} \int_{-R}^R \left\{ \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} f(x, y) dx \right\} dy \quad (2)$$

$$= \frac{1}{\pi R^2} \int_{-R}^R \left\{ \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \left(\sum_{r,s=0}^{\infty} a_{rs} x^r y^s \right) dx \right\} dy \quad (3)$$

最初の定積分の被積分函数の各項の中で x の奇数次を含む項は0となる。それゆゑに定数項と x の偶数次を含む一般項を $a_{2r,s} x^{2r} y^s$ とすれば $\frac{2}{2r+1} a_{2r,s} (R^2 - y^2)^{\frac{2r+1}{2}} y^s$ となる。

ここで $y = R \sin \theta$ とおけば (3) 式は、

$$V_m = \frac{2}{\pi R^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\sum_{r,s=0}^{\infty} \frac{a_{2r,s}}{2r+1} R^{2r+s+2} \cos^{2(r+1)} \theta \sin^s \theta \right) d\theta \quad (4)$$

(4) 式の被積分函数の各項の中で、 s が奇数の項は積分値が0となるから、(4) 式は、

$$V_m = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sum_{r,s=0}^{\infty} \frac{a_{2r,2s}}{2r+1} R^{2r+2s+2} \cos^{2(r+1)} \theta \sin^{2s} \theta \right) d\theta \quad (5)$$

ところで、

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2(r+1)} \theta \sin^{2s} \theta d\theta = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2r+1) \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2s-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(r+s+1)} \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2(r+1)} \theta d\theta = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2r+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(r+1)} \frac{\pi}{2}$$

であるから、(5) 式は次のようになる。

$$V_m = a_{0,0} + a_{2,0} \frac{R^2}{4} + a_{0,2} \frac{R^2}{4} + a_{4,0} \frac{R^4}{8} + a_{2,2} \frac{R^4}{24} + a_{0,4} \frac{R^4}{8} + a_{6,0} \frac{5R^6}{64} + a_{4,2} \frac{R^6}{64} + a_{0,6} \frac{5R^6}{64} \cdots (6)$$

さて、断面内に n 個の観測点 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$) を定め、そこでの測定流速 v_i に乗じ
るべき定係数を A_i として、

$$V_m = A_1 v_1 + A_2 v_2 + \dots + A_n v_n = \sum_{i=1}^n A_i v_i \quad (7)$$

が成り立つように座標 (x_i, y_i) と係数 A_i とを定めよう。(2) 式より、

$$v_i = f(x_i, y_i) = \sum_{r,s=0}^{\infty} a_{r,s} x_i^r y_i^s \quad (8)$$

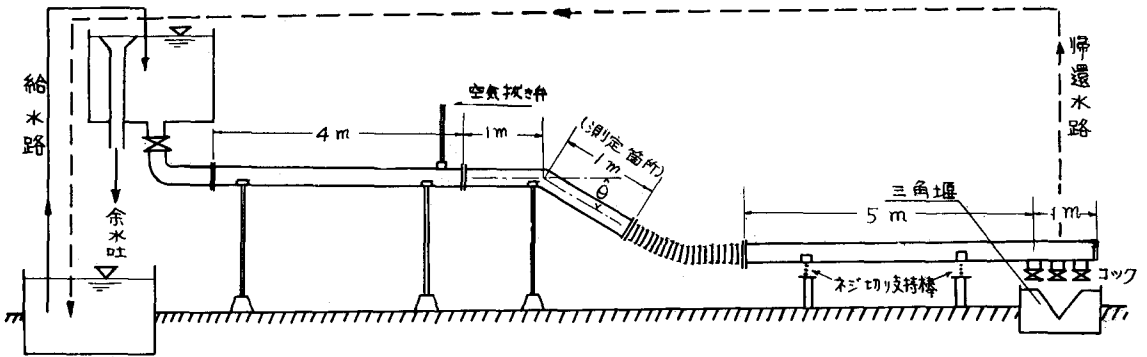
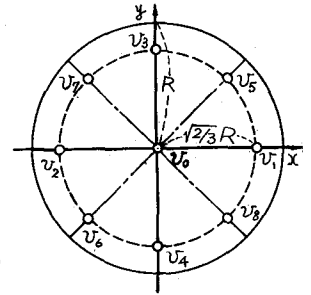
であるから、(8) 式を (7) 式に入れると、

$$V_m = \sum_{i=1}^n (A_i \sum_{r,s=0}^{\infty} a_{r,s} x_i^r y_i^s) = \sum_{r,s=0}^{\infty} (a_{r,s} \sum_{i=1}^n A_i x_i^r y_i^s) = a_{0,0} \sum_{i=1}^n A_i + a_{1,0} \sum_{i=1}^n A_i x_i + a_{0,1} \sum_{i=1}^n A_i y_i + a_{2,0} \sum_{i=1}^n A_i x_i^2 + a_{1,1} \sum_{i=1}^n A_i x_i y_i + a_{0,2} \sum_{i=1}^n A_i y_i^2 + \dots \quad (9)$$

ゆえに、 $t_i = x_i/R$ 、 $u_i = y_i/R$ とし、(9) 式と (6) 式の右边
を等しいとおくと、 t_i 、 u_i 、 A_i に関する無限の数の方程式を得る
が、上から 21 個の方程式をとり、これらを同時に満足させる t_i 、
 u_i 、 A_i の値を定めると、観測点は図のような点として決定され、
それらの点での流速を v_0 、 v_1 、 $\dots$ とすれば、

$$V_m = 1/4 \cdot v_0 + 3/32 \cdot (v_1 + v_2 + \dots + v_8) \quad (10)$$

となり、(10) 式は、流速曲面の方程式を x 、 y の高々 5 次の有理
整式で近似させるとき誤差がないことが証明される。



これら、平均流速算定式の適否と精度および曲りと助走距離による流速曲面の変化を調
べるため、図のような実験施設を設定した。管水路はヘッドタンクより 5 m の直線部を径
て曲りに至り、1 m の測定部をすぎ、可撓管および、さらに 5 m の直線部を径てコックに
終る。管水路は内径 5" のガス管である。流量はコックの下に三角堰を置き計測を行なう。
流速の測定は曲りより管内径の整数倍の位置に孔をうがち、動圧のみのピトー管を挿入し
、静圧は、これよりやや上流に測定口を設けた。動圧と静圧は可動式の傾斜マノメーター
により同時測定を可能にするよう設計した。測定は下流より順次上流側に向って進行する
。使用するガス管の曲り角 (図参照) は 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90° の 9 種類で
ある。曲りガス管の角度に応じて下流側直線部分のガス管を上下しなければならぬので
、これを支持している 2 個の鉄棒にネジを切り、回転により上下運動を可能ならぬようにした
。実験結果については講演で報告の予定である。なお本研究は昭和 32 年度文部省科学研究
費交付金により実施したものであることを付記する。