

要旨 本文は、開水路水流における移動床の不安定性の条件を、微小振動の方法によって求めたのである。移動床の不安定は、安定な状態で砂が移動しているときに支配される水流の抵抗法則によつて特性づけられることが示される。また得られた理論的結果を実測資料によつて検討してみた。

1 緒言 開水路水流における移動床では、いわゆる砂連が発生する。この砂連について考察するに、いま、砂が一様に流下している状態を想定する。この砂面にある擾乱が加えられたとしよう。その擾乱が減衰していくときは砂面は安定であり、発達していくときは砂連が生成されていくと考へる。砂連の生成機構をこのように考へると、砂連を、砂面の不安定性の問題として、微小振動の方法を適用することにより、これを検討することは可能であると考へられる。

2 基本方程式 底面にそつて下流方向にX軸をとれば、開水路水流、および流砂の運動方程式および連続方程式は、それぞれ次のように表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(Umh) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha Um^2h) = -\frac{\tau}{\rho} + gh(J - \frac{\partial z}{\partial x}) - gh \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

および

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Umh) = 0, \quad \delta_B = h(\tau - \tau_c)^m, \quad \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial \delta_B}{\partial x} = 0 \quad (2), (3), (4)$$

これらの式を用いて、砂面の微小振幅擾乱に対する第一次近似方程式として次式をうる。詳細は第2回水理研究会講演会前刷を参照されたい。

$$\frac{\partial^2 z'}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 z'}{\partial t \partial x} + Q \frac{\partial^2 z'}{\partial t \partial x^2} + R \frac{\partial^2 z'}{\partial x^2} + M \frac{\partial z'}{\partial t^2} + N \frac{\partial z'}{\partial t \partial x} = 0 \quad (5)$$

この(5)式を砂面の不安定限界を求めるための基本方程式とする。

3 砂面の不安定領域 いま擾乱による波高の変化が、 $z' = Ae^{rt+\beta x}$, $r = b - ic$ で表わされるとする。この z' を(5)に代入して、これが(5)式の解であるための条件を求めると、

$$r^3 + (M + P\beta i)r^2 + (-Q\beta^2 + N\beta i)r - R\beta i = 0 \quad (6)$$

(6)式を満足する三根のそれぞれの実数部が、 β の値にかかわらず、すべて負数であることが砂面が安定であるための必要条件である。 β が次の(7)式で示される条件を満足するとき、この必要条件は、(8)、(9)、(10)、(11)式で示される。

$$\beta > \frac{(P - N/M)}{2M\{(P - N/M)^2 - 4Q + 4(P - N/M)(N/M)\}}, \quad M > 0, \quad P - \frac{N}{M} > 0 \quad (7), (8), (9)$$

$$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0, \quad F(G + E\beta^2) \geq 0 \quad (10), (11)$$

(11)の等号は安定限界条件を表わす。(7)式の右辺を λ とすると、 $2\pi/\lambda$ は一般に3米程度

の値である。いま、 $2\pi/\lambda$ より短い波長をもつた擾乱波のみについて考察すれば、砂面が安定であるための必要條件は(8), (9), (10), (11)式で表わされる。

ここに、 E, F, G はそれぞれ次式で示される。

$$F = RM^2(-RM^3 + NM^2Q - N^2MP + N^3)$$

$$E = M\{M^3(-15R^2 + 4RQP - Q^3) + M^2(9RQN - 4NRP^2 + NPQ^2) + M(-3PRN^2 - N^2Q^2) + 6N^3R\}$$

$$G = -M^2N^2(N^2 - NMP + M^2Q)$$

次に、流砂があり、安定な状態のときに水流を支配している抵抗法則を、次の(12)式、(13)式で表わすことにする。ここに、 k_s は相当粗度とする。

$$\log \frac{k_s}{d} = 1 + B \log \frac{U_{*c}^2}{(S_s - 1)gd}, \quad \frac{U_{mo}}{U_{*c}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{k_s}{k_s} \quad (12), (13)$$

(8), (9), (10), (11)式に対し、(12), (13)式で表わされる抵抗法則を適用すると、砂面の安定領域を表わす次の条件をうる。

$$\frac{U_{mo}}{U_{*c}} > 5.0B, \quad \frac{U_{mo}}{U_{*c}} > 5.0, \quad \frac{U_{mo}}{U_{*c}} \leq \frac{-5.0(1-B)F}{(F-2)} \quad (14), (15), (16)$$

B の値としては、岩垣博士の実験式によると0.769、椿氏の実験による実験式では約4.0の値である。小生の実験によると約3.0であるので、 $B=3.0$ として、(14), (15), (16)式を図1に示した。図中、破線は安定限界の領域を示す。Plot点はGilbertの実験で、A砂($d=0.305mm$)の測定値を示す。図2では U_{mo}/U_{*c} 、 $U_{*c}^2/(S_s-1)gd$ によって砂面の安定領域を示した。Plot点はGilbert A砂の実験値である。図1、図2とともに測定が少ないので、その傾向がわかりにくい。図2によって

掃流力が増加していくときDuneからいわゆるSmoothとなり、Antiduneに移りかわる様子

がかなり明確に示されている。図3は安芸博士の実験で、A砂($d=0.221mm$)、B砂($d=0.7002mm$)の測定値を U_{mo}/U_{*c} 、 $U_{*c}^2/(S_s-1)gd$ によってPlotした。図中、砂連消滅の測点はB砂のみである。一つの勾配で掃流力を増加していった場合、移動床の変化がよく示されていると思う。

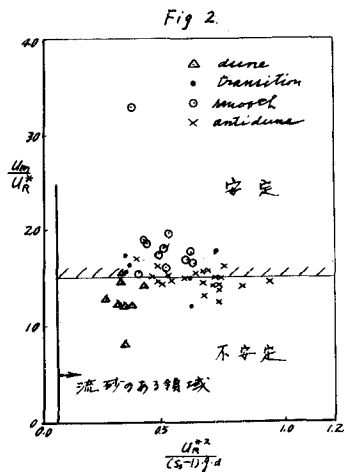
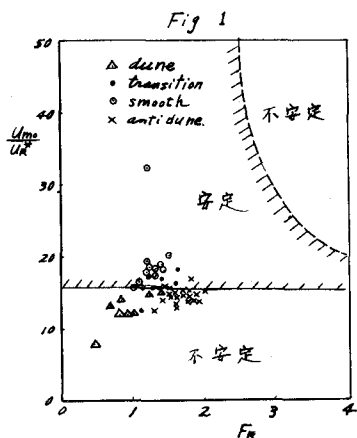


Fig. 3

