I —45　等布荷重と集中荷重を担う各種桁の固有振動週期正解値表

北大 准員　芳村　仁

本論文は各種の桁に等布荷重と集中荷重が同時に載荷せる場合の曲げ振動の正解式を求め,更に直に固有振動週期等を求めうる表を作製したものである。

集中荷重が桁の左支承よりa,右支承よりbなる点に載荷せる場合,この集中荷重と全等布荷重の比をkとする時,固有振動週期を求める正解式として

単　桁:　$2\sin\beta l\cdot\sinh\beta l-k\beta l(\sinh\beta l\cdot\sin\beta a\cdot\sin\beta b-\sin\beta l\cdot\sinh\beta a\cdot\sinh\beta b)=0$

固定桁:　$2(\cos\beta l\cdot\cosh\beta l-1)-k\beta l(\cos\beta a\cdot\sinh\beta a-\sin\beta a\cdot\cosh\beta a+\cos\beta b\cdot\sinh\beta b$
$\qquad-\sin\beta b\cdot\cosh\beta b+\sin\beta l\cdot\cosh\beta a\cdot\cosh\beta b-\sinh\beta l\cdot\cos\beta a\cdot\cos\beta b)=0$

片持梁:　$2(\cos\beta l\cdot\cosh\beta l+1)-k\beta l(\sin\beta a\cdot\cosh\beta a-\cos\beta a\cdot\sinh\beta a+\cos\beta b\cdot\sinh\beta b-\sin\beta b\cdot\cosh\beta b$
$\qquad+\sin\beta l\cdot\cosh\beta a\cdot\cosh\beta b-\sinh\beta l\cdot\cos\beta a\cdot\cos\beta b)=0$

なる式が誘導出来る。これより種々なるkの値に対する固有振動週期を計算しその正解値表を作製した次才である。

上の諸式よりβlの値を求めるのは相当面倒であるが才一次固有振動に対するβlの近似値をDunkerleyの公式から誘導される次の式によってあらかじめ求めることにより正解値を迅速に求めることが出来る。式中Pは集中荷重,Wは全等布荷重wlである。

$$\text{単桁}\qquad \beta l=\frac{\pi}{\sqrt[4]{1+\frac{\pi^4}{3}\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(\frac{b}{l}\right)^2\frac{P}{W}}}$$

$$\text{固定桁}\qquad \beta l=\frac{4.7300}{\sqrt[4]{1+\frac{(4.7300)^4}{6}\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(\frac{b}{l}\right)^2\left(\frac{3a}{l}-\frac{3a^2}{l^2}-\frac{ab}{l^2}\right)\frac{P}{W}}}$$

$$\text{片持梁}\qquad \beta l=\frac{1.8751}{\sqrt[4]{1+\frac{(1.8751)^4}{3}\left(\frac{a}{l}\right)^3\left(\frac{P}{W}\right)}}$$

単桁に於て等布荷重Wに対し種々なる割合の大きさの集中荷重が夫々$a/l=0.0.1,0.2,0.3,0.4,0.5$なる位置に載荷せる場合の才一次固有振動週期を上式より求め,これを表示すれば次頁の(表-1)の如くである。但し週期を

単　桁;　$P\leqq W$ に対し $T=K_s\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$,　　$P\geqq W$ に対し $T=K_s\frac{\pi}{\sqrt{12}}\sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}}$

なる形で表した時のK_sの値を示す。ここに$\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$は等布荷重のみによる才一次固有振動週期,$\frac{\pi}{\sqrt{12}}\sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}}$は桁の中央に集中荷重$P$があり且つ等布荷重を零とせる場合の才一次固有振動週期である。従ってK_sはこれらの各々の場合に対する補正係数と考へられる。

同様に片持梁に対しても等布荷重のみによる才一次固有振動週期は$\frac{2\pi}{(1.87510)^2}\sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$梁の自由端に集中荷重$P$がある場合の才一次固有振動週期は$\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}}$であるから,単桁の場合と同様にこれらの各々に対する補正係数としてK_cを考へれば次の如くなる。

片持梁:　$P\leqq W$ に対し　$T=K_c\frac{2\pi}{(1.87510)^2}\sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}=1.78703K_c\sqrt{\frac{Wl^3}{gEI}}$

$$P \geqq W \text{ に対し} \quad T = K_c \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}} = 3.62760 K_c \sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}}$$

この K_c の値を(表-2)に示す。

(表-1) 単桁 (a) $P \geqq W$ なる場合の K_s

W/P \ a/l	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.0	0.7020	0.7701	0.9294	1.0834	1.1850	1.2199
0.9	0.6659	0.7379	0.9038	1.0612	1.1643	1.1996
0.8	0.6279	0.7042	0.8771	1.0385	1.1433	1.1791
0.7	0.5873	0.6689	0.8500	1.0154	1.1219	1.1581
0.6	0.5437	0.6318	0.8222	0.9919	1.1001	1.1369
0.5	0.4964	0.5928	0.7936	0.9679	1.0779	1.1152
0.4	0.4440	0.5479	0.7644	0.9434	1.0553	1.0931
0.3	0.3845	0.5074	0.7343	0.9184	1.0322	1.0705
0.2	0.3139	0.4605	0.7036	0.8928	1.0087	1.0475
0.1	0.2220	0.4109	0.6721	0.8667	0.9846	1.0241
0.05	0.1570	0.3854	0.6562	0.8534	0.9724	1.0122
0.01	0.0702	0.3651	0.6433	0.8429	0.9627	1.0024
0.0	0.0	0.3600	0.6400	0.8400	0.9600	1.0000

(b) $P \leqq W$ なる場合の K_s

P/W \ a/l	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
0.05	1.0	1.0048	1.0173	1.0324	1.0444	1.0489
0.1	1.0	1.0096	1.0344	1.0642	1.0872	1.0957
0.2	1.0	1.0192	1.0686	1.1258	1.1684	1.1840
0.3	1.0	1.0289	1.1023	1.1848	1.2448	1.2662
0.4	1.0	1.0385	1.1356	1.2416	1.3164	1.3436
0.5	1.0	1.0483	1.1683	1.2963	1.3855	1.4168
0.6	1.0	1.0580	1.2006	1.3490	1.4509	1.4865
0.7	1.0	1.0678	1.2322	1.3998	1.5136	1.5531
0.8	1.0	1.0775	1.2634	1.4492	1.5740	1.6170
0.9	1.0	1.0873	1.2940	1.4970	1.6319	1.6785
1.0	1.0	1.0971	1.3240	1.5434	1.6880	1.7378

(表-2) 片持梁 (a) $P \geqq W$ なる場合の K_c

W/P \ a/l	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	0.4926	0.4967	0.5444	0.6735	0.8685	1.1122
0.9	0.4673	0.4717	0.5218	0.6555	0.8527	1.1015
0.8	0.4406	0.4452	0.4983	0.6369	0.8402	1.0900
0.7	0.4122	0.4171	0.4736	0.6178	0.8256	1.0797
0.6	0.3816	0.3869	0.4477	0.5981	0.8108	1.0686
0.5	0.3483	0.3542	0.4203	0.5779	0.7957	1.0575
0.4	0.3116	0.3181	0.3913	0.5569	0.7804	1.0462
0.3	0.2698	0.2775	0.3602	0.5352	0.7647	1.0348
0.2	0.2203	0.2298	0.3269	0.5126	0.7487	1.0233
0.1	0.1558	0.1699	0.2910	0.4892	0.7323	1.0117
0.05	0.1102	0.1316	0.2722	0.4771	0.7240	1.0059
0.01	0.0493	0.0969	0.2569	0.4673	0.7174	1.0012
0.0	0.0000	0.0894	0.2530	0.4648	0.7155	1.0000

(b) $P \leqq W$ なる場合の K_c

P/W \ a/l	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
0.05	1.0	1.0004	1.0053	1.0211	1.0513	1.0959
0.1	1.0	1.0008	1.0106	1.0418	1.1003	1.1847
0.2	1.0	1.0017	1.0211	1.0822	1.1922	1.3457
0.3	1.0	1.0025	1.0317	1.1214	1.2775	1.4900
0.4	1.0	1.0033	1.0423	1.1594	1.3576	1.6218
0.5	1.0	1.0041	1.0528	1.1964	1.4332	1.7438
0.6	1.0	1.0049	1.0633	1.2323	1.5049	1.8579
0.7	1.0	1.0058	1.0737	1.2673	1.5735	1.9654
0.8	1.0	1.0066	1.0842	1.3013	1.6391	2.0674
0.9	1.0	1.0074	1.0946	1.3346	1.7022	2.1647
1.0	1.0	1.0083	1.1050	1.3672	1.7631	2.2578

尚固定桁に対する補正係数の値は講演当日発表する予定である。

本研究に対し御指導を賜った酒井忠明教授に深く感謝の意を表します。