I —42 けた橋の減衰係数

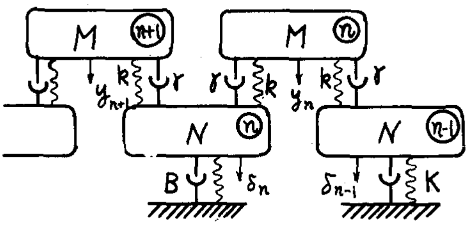
東大生産技術研究所 正員 久保慶三郎

最近橋梁の振動性状をあらわす時に振動数だけでなく，減衰係数が重要視され，応力測定の行われた橋では大体この減衰係数も同時に測定されている。しかしながらその値は個々の橋梁で型式，基礎の状態等を異にする結果かなり広い範囲に分布した値である。減衰係数の実体を解明するために，まず橋梁の上部構造，下部構造の減衰係数の値を求める研究を行った。研究は東京都と市川市との間で江戸川を横断する下路トラス橋一市川橋について実験的ならびに理論的研究を行ったのであるが，ここには主としてその理論についてのべることにする。

簡単のために橋梁の上部構造を集中した質量と，バネと dash pot で置換える。基礎についても同様であるとし，スパンは無限に連っているとする（図－1参照）

Mを上部構造，Nを下部構造の質量とし，その他の記号は図の通りであるとすると，減衰が相対速度に比例する場合はn番目のスパンで

$$M\frac{d^2y_n}{dt^2}+\gamma\left(\frac{2dy_n}{dt}-\frac{d\delta_n}{dt}-\frac{d\delta_{n-1}}{dt}\right)$$
$$+k(2y_n-\delta_n-\delta_{n-1})=0 \quad \cdots\cdots(1)$$



図－1

又n番目の橋脚については

$$N\frac{d^2\delta_n}{dt^2}+B\frac{d\delta_n}{dt}+K\delta_n$$
$$-\gamma\left(\frac{dy_n}{dt}+\frac{dy_{n-1}}{dt}-2\frac{d\delta_n}{dt}\right)+k(y_{n+1}+y_n-2\delta_n)=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

の方程式を得る。

ここにおいて $y_n=Y_ne^{ipt}$, $\delta_n=\Delta_ne^{ipt}$ とおき，橋桁が共振したとき，すなわち $p^2=2k/M$ を考えると (1) 式より

$$Y_n=\frac{(k+ip\gamma)(\Delta_n+\Delta_{n-1})}{2ip\gamma},\quad Y_{n+1}=\frac{(k+ip\gamma)(\Delta_{n+1}+\Delta_n)}{2ip\gamma} \quad \cdots\cdots(3)$$

がえられる。

今起振機で催振させているスパンを $n=0$ のスパンとし，そのピヤーを $n=0$ のピヤーとすると，

$$M\frac{d^2y_0}{dt^2}+2\gamma\left(\frac{dy_0}{dt}-\frac{d\delta_0}{dt}\right)+2k(y_0-\delta_0)=Fe^{ipt} \quad \cdots\cdots(4)$$

となり これより

$$2ip\gamma(Y_0-\Delta_0)-2k\Delta_0=F \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

今 $\Delta_1=\Delta_0/\beta$, $\Delta_2=\Delta_0/\beta^2$, ····· と仮定すると(3)式より および(5)式

$$Y_1=\frac{k+ip\gamma}{2ip\gamma}(\Delta_1+\Delta_0)=\frac{k+ip\gamma}{2ip\gamma}\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\Delta_0=\frac{2ip\gamma Y_0-F}{4ip\gamma}\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \qquad \cdots\cdots (6)$$

故に Y_0, Y_1, F, Δ_0, ···· の絶対値と偏角が実験から求められるとベクトル図法で, k, γ, β, B, K 等を求めることが出来る。

特に $\beta\to\infty$ すなわち $\Delta_1=\Delta_2=\cdots\cdots=0$ の場合は

$$y_0=Z_1\sin\omega t+Z_2\cos\omega t,\quad y_1=Y_1\sin\omega t+Y_2\cos\omega t,\quad \delta_0=\Delta_1\sin\omega t+\Delta_2\cos\omega t$$

とおくと,

$$|2y_1-y_0|=F/2\gamma\omega.$$

となり, これより γ が求められる。 また B は

$$B=\frac{1}{36k^2+U^2}\left\{UV+\sqrt{36k^2(SU^2-V^2)+(36k^2)^2S}\right\}-2\gamma$$

で与えられる。 ここに $U=3(k^2-\gamma^2\omega^2)/\gamma\omega$, $V=F^2(\gamma^2\omega^2+k^2)/4(\Delta_1^2+\Delta_2^2)\gamma^2\omega^2-S-U^2/4-9k^2$, $S=(\gamma^2\omega^2+k^2)\{(Y_1+Z_1)^2+(Y_2+Z_2)^2\}/(\Delta_1^2+\Delta_2^2)$ である。

このようにして上部構造の減衰係数 γ と下部構造のそれ B とを求めることが出来, また $\beta\to\infty$ のときの催振スパンの振巾 y_0 も求めることが出来る。 この y_0 の式は頁数の関係で割愛し, 別の機会に発表したいと思っている。

図-2は市川橋のコンクリートスラブのスパンで実測した結果である。 この値を用いて, γ, B を計算すると

$$\gamma=2.69\times10^4$$
$$B=2.432\times10^9$$

を得た。 また β は10位の値で, $\Delta_1=0$ としても大きい誤差にならないことが判明した。

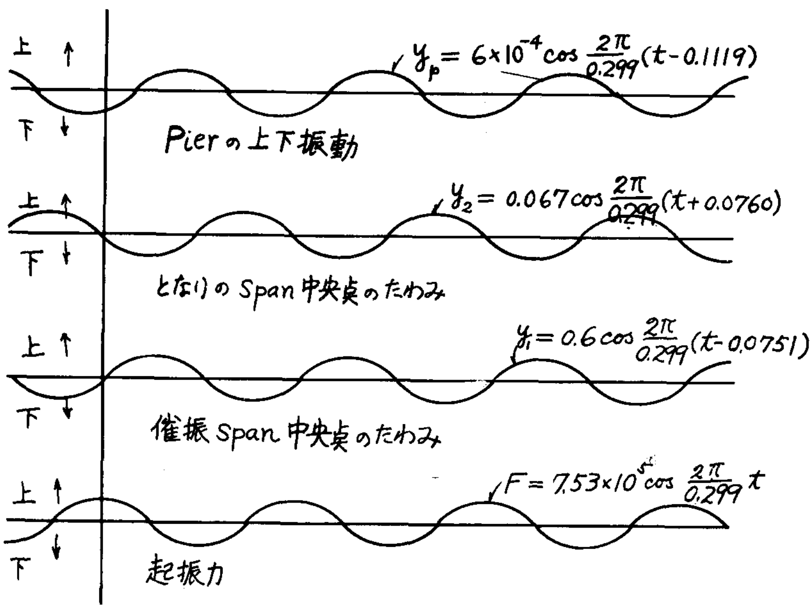


図-2

本研究は文部省科学総合研究の一部であり現場実験で大変お世話になった千葉県土木部の諸官に深謝する。