I —40　格点変位の生ずる剛節架構のmoment展開式による解法

大阪工業大学　正員　工博　重松恩

本解法は剛節架構の任意格点に対する載荷（材端モーメント或は便宜に加えられるモーメント）によによって周辺の連接部材に生ずべき材端モーメントの値をmoment展開式を適用して直接書下すものであり，その概要については前回の年次講演会に於て，格点変位の生ぜない構造解法について述べたのであるが，変位の生ずる構造ではmoment展開式の内容に可成りの精度を要するのでここで展開式の一部を補正するものとする。

図-1

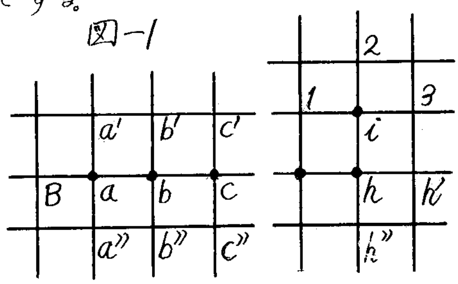

図-1で示す構造部分について，abを計算上の基本部材とし先づ節点aに$M_{ab}=1$を与えてその回転を許せば，aに結節する各材端にモーメント配分率の値に等しい$-m_{ab}, \cdots m_{aa''}$が配分されb端には$-\frac{1}{2}m_{ab}$が生ずる。節点aと共にbの回転を許してabの解放による$M_{ba}=-\frac{1}{2}m_{ab}$の展開だけを考えると$a$と$b$の各周辺に形式(1)に示す$M$が生ずる。

形式(1)をabの解放による基本展開形とし，これに従ってabに連接する$bc\cdots$及び$aB\cdots$を順次解放してそれらの形式を加算し，更にaに結節する$aB\cdots$, aa'についても

$$\begin{array}{ccc} & -\lambda_{ab}m_{aa'} & \\ -\lambda_{ab}m_{aB} & ⓐ & -\lambda_{ab}(m_{ab}-1) \\ & -\lambda_{ab}m_{aa''} & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & \mu_{ab}m_{bb'} & \\ \mu_{ab}(m_{ba}-1) & ⓑ & \mu_{ab}m_{bc} \\ & \mu_{ab}m_{bb''} & \end{array} \quad (1) \quad \begin{array}{ccc} & -m_{aa'} & \\ -m_{aB} & ⓐ & (-m_{ab} \\ & -m_{aa''} & \end{array} \rightarrow M_{ab}=1$$

$$但\quad \lambda_{ab}=\frac{1}{4\frac{1}{m_{ab}}\frac{1}{m_{ba}}-1} \qquad \mu_{ab}=\frac{2\frac{1}{m_{ba}}}{4\frac{1}{m_{ab}}\frac{1}{m_{ba}}-1}$$

同様にしてそれらの結果を総計すれば，各部材に特有の係数λ, μで表わされる各係数ν, Wを以て次のmoment展開式が誘導される。即ちaを基点としてabに連接する任意方向の連部材の節点としてi個の$a, b, c\cdots h, i$（序数$1,2,3\cdots i-1, i$）関する材端モーメントの値は，先づ基点aに関して展開式(2)が成立する。

$$M_{aB}=-(1+W_a)m_{aB}+W_{aB} \quad ⓐ \quad \left.\begin{array}{l} M_{aa'}=-(1+W_a)m_{aa'}+W_{aa'} \\ M_{ab}=-(1+W_a)m_{ab}+W_{ab} \\ M_{aa''}=-(1+W_a)m_{aa''}+W_{aa''} \end{array}\right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 但\quad W_a &= W_{ab}+W_{aB}+W_{aa'}+W_{aa''} \\ &= \lambda_{ab}(\nu_{ab}+\nu_{ba}-1) \\ &\quad +\lambda_{aB}(\nu_{aB}+\nu_{Ba}-1) \\ &\quad +\lambda_{aa'}(\nu_{aa'}+\nu_{a'a}-1) \\ &\quad +\lambda_{aa''}(\nu_{aa''}+\nu_{a''a}-1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \nu_{ab} &= 1+\lambda_{aB}+\lambda_{aa'}+\lambda_{aa''} \\ \nu_{aB} &= \lambda_{ab}+1+\lambda_{aa'}+\lambda_{aa''} \\ \nu_{aa'} &= \lambda_{ab}+\lambda_{aB}+1+\lambda_{aa''} \\ \nu_{aa''} &= \lambda_{ab}+\lambda_{aB}+\lambda_{aa'}+1 \end{aligned}$$

$$参照\quad M_{ab}+M_{aB}+M_{aa'}+M_{aa''}=-1$$

i点に関しては、

$$\begin{aligned}
M_{ih}&=(-1)^i\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}\cdots\mu_{hi}\{(\nu_{ih}m_{ih}-1)+\Sigma(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})(m_{ih}-1)\}\\
M_{i1}&=(-1)^i\nu_{ab}\quad〃\quad\mu_{hi}\{(\nu_{ih}m_{i1}-\lambda_{i1})+\Sigma(\quad〃\quad)m_{i1}\}\\
M_{i2}&=(-1)^i\nu_{ab}\quad〃\quad\mu_{hi}\{(\nu_{ih}m_{i2}-\lambda_{i2})+\Sigma(\quad〃\quad)m_{i2}\}\\
M_{i3}&=(-1)^i\nu_{ab}\quad〃\quad\mu_{hi}\{(\nu_{ih}m_{i3}-\lambda_{i3})+\Sigma(\quad〃\quad)m_{i3}\}
\end{aligned}\qquad(3)$$

但 $\Sigma(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})=(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})+(\lambda_{cc'}+\lambda_{cc''})+\cdots+(\lambda_{hh'}+\lambda_{hh''})$

参照 $M_{ih}+M_{i1}+M_{i2}+M_{i3}=0$

ここに $\Sigma(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})$ は連部材 $bc\cdots h$ を幹線に仮定するときその枝線に相当する部材の入の総計である。

以上の計算では基点 a に単位モーメントを作用せしめたのであるから実用の場合として固定端モーメント C_{aB}, $-C_{ab}$ が作用するとすれば上式(2),(3)は総て $C_{aB}-C_{ab}$ 倍され且つ M_{aB} M_{ab} には夫々 C_{aB}, $-C_{ab}$ が加えられることになる。

構造の形式により精細計算をするためには基点 a を除く他の材端モーメントに次の形式を加えることも考えられる。一般に i点に関して、

M_{ih} に、 $+(-1)^i\mu_{ab}\mu_{bc}\cdots\mu_{hi}(\omega_{ab})(m_{ih}-1)$　　但 $\omega_{ab}=w_{aB}+w_{aa'}+w_{aa''}-(1+\lambda_{ab})(\nu_{ab}-1)$

M_{i1} に、 $+(-1)^i\mu_{ab}\mu_{bc}\cdots\mu_{hi}(\omega_{ab})m_{i1}$　　$=w_a-w_{ab}-(1+\lambda_{ab})(\nu_{ab}-1)$

参考までに $i=2,3$ として b,c に関する moment 展開式を表せば、

$$\begin{cases}M_{ba}=\nu_{ab}\mu_{ab}(\nu_{ba}m_{ba}-1)+\mu_{ab}(\omega_{ab})(m_{ba}-1)\\ M_{bc}=\;〃\;(\nu_{ba}m_{bc}-\lambda_{bc})+〃\;(\omega_{ab})m_{bc}\end{cases}$$

$$\begin{cases}M_{cb}=-\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}\{\nu_{cb}m_{cb}-1+(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})(m_{cb}-1)\}\\ \qquad-\mu_{ab}\mu_{bc}(\omega_{ab})(m_{cb}-1)\\ M_{cd}=-\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}\{\nu_{cb}m_{cd}-\lambda_{cd}+(\lambda_{bb'}+\lambda_{bb''})m_{cd}\}\\ \qquad-\mu_{ab}\mu_{bc}(\omega_{ab})m_{cd}\end{cases}$$

次に格点変位の生ずる場合にはその変位の値が不明であるので

$M_{ab}=2K(2\theta_a+\theta_b+3R_{ab})$ に従って、

層間の各部材端に K の値に比例する数値の M^0 を仮定して与える。例えば

図-2

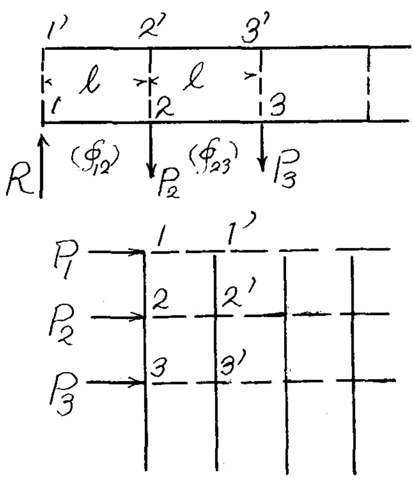

図-2では実線で示す各部材に M^0 を与えその数値を各部材に総計し各層について不定係数 φ_{12}, $\varphi_{23}\cdots$ を仮定して剪断平衡式を作る。Vierendeel形の格間については、

$$R l+\varphi_{12}\Sigma(M^0_{12})_{12}+\varphi_{23}\Sigma(M^0_{23})_{12}+\varphi_{34}\Sigma(M^0_{34})_{12}+\cdots=0$$

$$(R-P_2)+\varphi_{12}\Sigma(M^0_{12})_{23}+\varphi_{23}\Sigma(M^0_{23})_{23}+\varphi_{34}\Sigma(M^0_{34})_{23}+\cdots=0,\ \cdots$$

ここに $\Sigma(M^0_{23})_{12}$ は格間23に仮定された M^0 によって格間12の部材に影響する材端モーメントの総計を示す。

かくして結局層数だけの連立方程式を解いて各 φ の数値が定まり従って各材端の M が算出される。

別紙にこの数計算を示す。