I—28　弾塑性領域における格子桁の理論的解析

京都大学工学部　正員　工博　小西一郎
○　日本橋梁K.K.　準員　川上博夫

橋梁の経済的な設計のために、最近極限設計法が注目されはじめた。極限設計法では構造物の崩壊または変形限度を直接基準にとっているので、材料の一部が弾塑性領域に入ってから極限状態に達するまでの力学的性状を明らかにする必要があると考えられる。著者は桁の一部が弾塑性領域に入ったときのたわみの式を利用して、F.Leonhardt と同様の考え方を弾塑性領域における鋼の格子桁に適用した。

弾塑性領域における桁の曲げ理論は塑性力学の分野においてすでに明らかにされているが、まず次の仮定を設ける。

(1)　材料は完全塑性体であって、引張と圧縮に対する降伏点は同じである。

(2)　完全塑性状態に達するまで平面保持の法則が成立する。

(3)　変形は桁の寸法に比べて小さい。

(4)　横方向ひずみ、せん断応力、および挫屈の影響は無視できる。

桁の一部が弾塑性領域にあるときのたわみは O.Eisenmann が中立軸に関して対称な断面について求めているが換算係数 ζ を用いて表すと

$$\delta=\frac{1}{EJ}\left(\int_{l_e} Mx\,dx+\int_{l_p}\frac{Mx\,dx}{\zeta}\right) \tag{1}$$

となる。ここに、l_e, l_p は桁の弾性領域および弾塑性領域の長さである。I断面の場合には弾性領域をフランジにだけ塑性領域が生じる範囲まで拡張して考えると、たわみは次のようになる。

$$\delta=\frac{1}{EJ}\left(\int_{l_e} Mx\,dx+\int_{l_p}\frac{M_f x\,dx}{\sqrt{C-\frac{2M}{M_{fs}}}}\right)\quad ただし、C=3\left[\frac{d_0}{d}\left(1-\frac{h_1^2}{h^2}\right)+\frac{h_1^2}{h^2}\right],\quad M_f=W\sigma_s,\ M_{fs}=\sigma_s\cdot\frac{dh^2}{6} \tag{2}$$

なお、d_0 はフランジの巾，d は腹板厚，h_1 は腹板の高さ，h は桁高を表わすものとする。

格子桁の構造は n 本主桁1本横桁のものを採用する。各主桁は等間隔に並び、横桁は主桁のスパン中央で剛に支持されているものとし、主桁の両端は単純に支持されているものとする。さらに、次のような仮定を設ける。

(1)　主桁の捩り剛性は無視する。

(2)　横桁は極限状態に達するまで弾性領域にあるものとする。

(3)　主桁の格点附近に生じる横桁方向の応力の影響を無視する。

さて主桁が弾塑性領域に入ってからさらに荷重が増大していくと曲げモーメントが最大になる位置に塑性ヒンヂが発生する。このとき直ちに崩壊するとは限らないのであるが、格子桁としての機構が以前とは変わってくるので、この場合を極限状態と考え、準崩壊と

名付ける。格子桁の解法としては、F. Leonhardtが弾性領域で示したものを用いる。すなわち、主桁と横桁の間に働く格点力を不静定量にとり、釣合いの式とたわみの条件式を解くことによって格点力を求める。

次に3本主桁1本横桁の格子桁の中央主桁のスパン中央に集中荷重Pが載った場合を例にとって簡単に説明する。（なお、ここに用いる符号はF. Leonhardtと同様のものとする。）
まず、$\Sigma V=0$, $\Sigma M=0$ を適用すると対称の関係から、これら両式は一致して

$$2X_{12}+X_{22}=P \tag{3}$$

となる。弾塑性領域におけるたわみの条件式は次のようになる。

(1) 中央の主桁が弾塑性領域に入った場合

$$\frac{1}{3EJ}\left\{\frac{4M_f^3}{X_{22}^2}+\frac{2M_fM_{fs}^2}{X_{22}^2}\left[\left(2C+2\frac{M_f}{M_{fs}}\right)\sqrt{C-2\frac{M_f}{M_{fs}}}-\left(2C+\frac{X_{22}l}{2M_{fs}}\right)\sqrt{C-\frac{X_{22}l}{2M_{fs}}}\right]\right\}=\frac{X_{12}l^3}{48EJ}+\frac{(P-X_{22})a^3}{6E\bar{J}} \tag{4}$$

(2) 3本の桁がともに弾塑性領域に入った場合

$$\frac{1}{3EJ}\left\{\frac{4M_f^3}{X_{22}^2}+\frac{2M_fM_{fs}^2}{X_{22}^2}\left[\left(2C+2\frac{M_f}{M_{fs}}\right)\sqrt{C-2\frac{M_f}{M_{fs}}}-\left(2C+\frac{X_{22}l}{2M_{fs}}\right)\sqrt{C-\frac{X_{22}l}{2M_{fs}}}\right]\right\}$$

$$=\frac{1}{3EJ}\left\{\frac{4M_f^3}{X_{12}^2}+\frac{2M_fM_{fs}^2}{X_{12}^2}\left[\left(2C+2\frac{M_f}{M_{fs}}\right)\sqrt{C-2\frac{M_f}{M_{fs}}}-\left(2C+\frac{X_{12}l}{2M_{fs}}\right)\sqrt{C-\frac{X_{12}l}{2M_{fs}}}\right]\right\}+\frac{(P-X_{22})a^3}{6E\bar{J}} \tag{5}$$

さて準崩壊に到る過程としては次の2つの場合が考えられる

① 両端の主桁が弾性領域にあるままで中央の主桁に塑性ヒンヂが発生して準崩壊に達する。

② 両端の主桁が弾塑性領域に入った後に中央の主桁に塑性ヒンヂが発生して準崩壊に達する。

①,②のうちいずれの場合になるかは主桁間隔および断面形状によるのであるが、準崩壊、すなわち、$\frac{l}{4}X_{22}=M_T$,（M_Tは全塑性曲げモーメント。）のとき、$\frac{l}{4}X_{12}\leqq M_f$ ならば①の場合となり、$\frac{l}{4}X_{12}>M_f$ であれば②の場合となる。(3)・(4)式を用いてこの条件を計算してみると、①②の場合はそれぞれ次のようになる。

① $$\frac{l^3}{8C^2}\left[\left(\frac{M_f}{M_{fs}}\right)^2+\left(C+\frac{M_f}{M_{fs}}\right)\sqrt{C-2\frac{M_f}{M_{fs}}}\right]\leqq\frac{l^3}{32}+\frac{a^3}{2}\frac{J}{\bar{J}} \tag{6}$$

② $$\frac{l^3}{8C^2}\left[\left(\frac{M_f}{M_{fs}}\right)^2+\left(C+\frac{M_f}{M_{fs}}\right)\sqrt{C-2\frac{M_f}{M_{fs}}}\right]>\frac{l^3}{32}+\frac{a^3}{2}\frac{J}{\bar{J}} \tag{7}$$

(3)・(4)・(5)式はこのまま直ちに解くことはできないが、各常数が数値で与えられると数値計算をもって解くことができる。

以上最も簡単な場合を示したのであるが、荷重状態や主桁数が変った場合も同様の手續きで解くことができる。なおここに示した解法はかなり大胆な仮定のもとに、計算を極度に簡易化したものであるが、今後解決を要する問題としては、(1)移動荷重が繰返して載荷される場合、(2)主桁の捩り剛性を考えた場合、(3)床板の影響，などがあげられる。

本研究は，昭和32年度文部省科学研究費による綜合研究の一部として行ったものである。