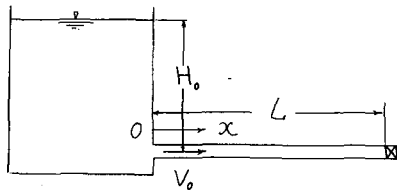


東京大学 土木教室 正員 嶋 祐之

1 水圧鉄管内に生ずる水衝圧を求める方法としては、①数値計算法、②Allieviの方法、③Angusらの図解法、④Richらの解析的方法など古くより数多くの方法が発表されて来た。これらの中①、②、③の方法はすべて辨の境界条件も厳密に考慮して逐次解法を行うものであるから、個々の水圧鉄管に生ずる水衝圧の大きさも求めるような場合には極めて有効な方法である。然しながら水衝圧の大きさは辨の閉塞機構の変化に非常に鋭敏であるので、このような問題も一般的に研究するためには解析的の解法が望ましい。

④はその意味からはよいのであるが、辨におけるオリフイス条件も考慮していいと云う決定的な弱点がある。本方法は先づ辨の位置において任意の流速変化も境界条件とするような解をLaplace変換により求め、次にオリフイス条件も考慮すれば辨の位置の流速変化に関する非線型積分方程式を得るからその近似解を求め、同時に水衝圧の近似解を求めようとするものである。

2 解法



$$\left. \begin{aligned} \text{基礎方程式} \quad a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \\ -\frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{初期条件} \quad H(x, 0) &= H_0, \quad \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)_{t=0} = 0 \\ V(x, 0) &= V_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{境界条件} \quad H(0, t) = H_0, \quad V(L, t) = \psi(t) \sqrt{H} \quad (3)$$

但し

a --- 波速 H --- 圧力水頭 L --- 管長 x --- 距離
 g --- 重力加速度 V --- 流速 $\psi(t)$ --- Gate Ratio t --- 時間

辨のオリフイス法則を表わす(3)の右辺は非線型境界条件を示すから、上式の解を直ちに求めるわけには行かない。そこでこの式の代りに

$$V(L, t) = V_0 F(t) \quad (4)$$

と書いたときの解を求めれば $0 < t < T$ の範囲では

$$H = H_0 + \frac{aV_0}{g} \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \int_0^t \sin \frac{(2n-1)\pi a}{2L} (t-\tau) \frac{\partial F}{\partial \tau} d\tau$$

上式を無次元化して、さらに $x=L$ とおけば

$$h_{x=L} = 1 - 8F\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n} \int_0^2 \sin C_n(2-z) \cdot \frac{\partial F}{\partial z} dz \quad (5)$$

但し

$$h = H/H_0, \quad 2F = aV_0/gH_0, \quad 2\theta = aT/L, \quad (2n-1)\pi\theta = C_n$$

$$z = t/T, \quad z = \tau/T, \quad T \text{ --- 閉塞時間}$$

— (3) の方程式において, $\alpha(z) = \psi(z)/\psi(0)$ とおきさらに (4) を考慮すれば

$$F(z) = \alpha(z) \sqrt{h} \quad (6)$$

従つて (5) と (6) より h を消去すれば

$$\left\{ \frac{F(z)}{\alpha(z)} \right\}^2 = 1 - 8p\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n} \int_0^z \sin C_n(z-\beta) \cdot \frac{\partial F}{\partial \beta} d\beta \quad (7)$$

で示されるような $F(z)$ に関する非線型積分方程式が求められる。

そこで流速変化とならば $F(z)$ の変化は圧力変化に比し緩やかであること, つぎに

$F(0) = \alpha(0) = 1$; $F(1) = \alpha(1) = 0$ なることに注目して

$$F(z) = \alpha(z) \cdot (1 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots) \quad (8)$$

のように展開する。 $F(z)$ は a_i の m 項までとつたもので近似解と考え (8) を (7) に代入し, $0 < z < 1$ の範囲の m 個の z_j において (7) の両辺が等しくなるように各係数 a_i の値を求めて行く。かようにして $F(z)$ の近似解を求め (5) に代入すれば水網圧に関する解析的解を得ることが出来る。

3 数値計算結果 本解法を特性曲線法 (Angus) により求められた解と比較するため, 数値計算を行った結果は以下のようである。

なお本研究は昭和31年度文部省科学試験研究費の補助を受けたものである。

