IV—19　流出函数による由良川洪水の解析

京都大学工学部　正員　工博　石原藤次郎
○　同　　准員　　高瀬信忠

降雨から流出を推定するために，最も単純な合理法および公式による方法をはじめとして古くから種々の方法が研究されているが，単位図法が最も適用性が広く有用な方法として実用化されている。この研究では，流出現象が単位降雨による単位流出量の累計であるという従来の単位図的仮定に従うものとし，単位流出量の推定にPearson型類似の複合指数函数を用いて，その函数型を支配している２ヶの係数を降雨条件によって変化せしめ，由良川洪水に適用して非常に良好な結果をうることができた。

(1)　基礎式の誘導

河道における水の連続式とHortonの貯溜方程式とから(1)式を誘導することができる。

$$Q = at^n e^{-\alpha t} \qquad \text{--------(1)}$$

ただし，$n=\alpha t_m$，$n>1$，t_mは最大流出量の時刻，αは河道および降雨条件によって定まる係数である。

上式はPearson型類似の指数函数で，流出函数の基礎式とみなすことができる。一方，表面流出（直接流出）がなくなって河道への流入がなくなると，Q_0を減水部の初期流量，Aを係数とすれば

$$Q = Q_0 e^{-At} \qquad \text{--------(2)}$$

従って，直接流出がなくなったとみなされる第二変曲点以後を(2)式でおきかえたPearson型類似の複合指数函数を流出函数として用いることにしたのである。

以上の結果より，dTなる微小時間に単位強度の降雨があった場合，任意の下流地点の単位面積当りの流出量qは

$$q = at^n e^{-\alpha t} \qquad \text{--------(3)}$$

によって表わされる。ここに，n，αは流域および降雨条件によって定まる係数であって，第二変曲点以後の減水部分については，あとで(2)式を用いて(3)式を修正することにした。

(2)　基礎式の解析

有効雨量について考え，降雨量と流出量との間に損失がないとして（図-1参照），qの単位を$m^3/s/km^2$，降雨量をmm/hrにとりaを消去すると，(3)式は

$$q = \frac{0.2778\alpha^{n+1}}{\Gamma(n+1)} t^n e^{-\alpha t} dT \qquad \text{--------(4)}$$

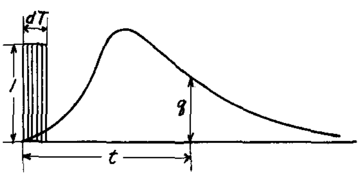

図-1　単位流出量曲線

いま，時間τ_0の間連続して一様強度の単位降雨があったとすれば，任意時刻tにおける流出量qは，(4)式を積分することにより

$$q = \frac{0.2778\alpha^{n+1}}{\Gamma(n+1)} \int_0^{\tau_0} (t-T)^n e^{-\alpha(t-T)} dT \qquad t > \tau_0 \qquad \text{--------(5)}$$

nを正の整数とすれば，

$$\int_0^{\tau_0} (t-T)^n e^{-\alpha(t-T)} dT = e^{-\alpha(t-\tau_0)} \left\{ \frac{1}{\alpha}(t-\tau_0)^n + \frac{n}{\alpha^2}(t-\tau_0)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{\alpha^3}(t-\tau_0)^{n-2} + \cdots\cdots + \frac{n(n-1)\cdots\cdots 2\cdot 1}{\alpha^{n+1}} \right\}$$
$$- e^{-\alpha t} \left\{ \frac{1}{\alpha} t^n + \frac{n}{\alpha^2} t^{n-1} + \frac{n(n-1)}{\alpha^3} t^{n-2} + \cdots\cdots\cdots\cdots + \frac{n(n-1)\cdots\cdots 2\cdot 1}{\alpha^{n+1}} \right\}$$

一方，(4)式において微小降雨継続時間dTをτ_0にとると，

$$q = \frac{0.2778\alpha^{n+1}}{\Gamma(n+1)} t^n e^{-\alpha t} \tau_0 \qquad t > \tau_0 \qquad \text{--------(6)}$$

(5)式は(4)式を降雨継続時間 τ_0 にまで拡張したときの流出を表わす厳密式であり，(6)式は継続時間が τ_0 になった場合(4)式で $dT=\tau_0$ とした近似式である。そこで，n と α を種々と仮定した場合の両式を比較してみると，(5)式は(6)式に比して時間 $\tau_0/2$ だけ遅れていることがわかったので，(6)式による近似式を $\tau_0/2$ だけ遅らせて合成すれば，(5)式の厳密式を合成した結果とみなすことができるわけである。

(3)　第二変曲点以後の基礎式の修正

直接流出がなくなったとみなされる第二変曲点 $t_f=(n+\sqrt{n})/\alpha=t_m+\frac{\sqrt{n}}{\alpha}$ 以後が(2)式で表わされることは前述した。ここに，Q_0は $t=0$（図-2 においてC点を起点と考える）における流量である。一方，修正しない場合と修正した場合の曲線において，C点以後の面積（実際はC点以後の総流出量であるが，係数を定める演算であるから，面積で計算してもよい）が等しくなるように，(2)式の各係数を決定しなければならない。

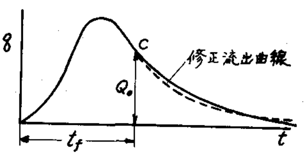

図-2　修正流出曲線

. 修正しない場合のC点以後の面積；

$$S_1=a\int_{(n+\sqrt{n})/\alpha}^{\infty}t^ne^{-\alpha t}dt=a\int_0^{\infty}t^ne^{-\alpha t}dt-a\int_0^{(n+\sqrt{n})/\alpha}t^ne^{-\alpha t}dt$$

$$=\frac{a}{\alpha^{n+1}e^{n+\sqrt{n}}}\left\{(n+\sqrt{n})^n+n(n+\sqrt{n})^{n-1}+n(n-1)(n+\sqrt{n})^{n-2}+\cdots\cdots+n(n-1)\cdots\cdots2\cdot1\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

2. 修正した場合のC点以後の面積；　$S_2=Q_0\int_0^{\infty}e^{-At}dt=Q_0/A$

修正しない流出曲線の全面積は，　$S_3=a\int_0^{\infty}t^ne^{-\alpha t}dt=an!/\alpha^{n+1}$

$y=S_1/S_3=S_1\alpha^{n+1}/n!$ として(7)式の S_1 を代入すると

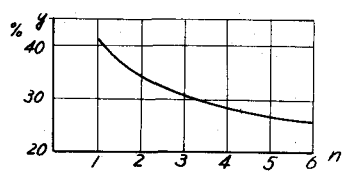

図-3　n に対する y の関係図

$$y=\frac{1}{n!\,e^{n+\sqrt{n}}}\left\{(n+\sqrt{n})^n+n(n+\sqrt{n})^{n-1}+n(n-1)(n+\sqrt{n})^{n-2}+\cdots\cdots+n(n-1)\cdots\cdots2\cdot1\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

上式の y は α に無関係で n のみの函数になっているから，$n=1,2,3,4,\cdots\cdots$ に対する y の値を図示したのが図-3である。この図から n を與えて，y の値を求めることができる。一方，単位降雨による流出期間中の単位面積当りの総流出量は　$S_3=\int_0^{\infty}q\,dt=0.2778\tau_0$　であるから，$S_1=0.2778\tau_0 y$　と表わされ，$S_1=S_2$ なる条件から　$A=Q_0/(0.2778\tau_0 y)$　$\cdots\cdots\cdots(9)$

となる。ここに Q_0はC点の流量であるから，上式を用いて A を計算することができる。

(4)　由良川洪水に対する適用

上述の流出函数の適用例として，建設省大野ダム建設予定地点より上流部の由良川流域をとりあげたが，その面積は約 350.3 km^2 である。このために由良川洪水の既往資料を用いて，まずHorton型の滲透能曲線によって有効雨量を分離し，単位時間を 2hr，単位降雨量を 20^{mm} にとって降雨強度(r) と t_m の関係図を求めた。つぎに，この図から種々の r に対して求めた t_m を用いて，それぞれの r に対応する流出函数の係数 n および α を決定し，さらに図-3と(9)式から修正曲線を定め，かくしてえられた流出函数から所要のHydrograph を算定した。これらの詳細は講演のときに詳述するが，この方法を由良川における過去の代表的な六つの洪水に適用した結果は非常に良好であった。

なお，本研究は昭和31年度文部省試験研究費による研究成果の一部であり，小林茂，木下博両君の援助をえたことを付記して謝意を表する次第である。