Ⅳ－18　流出函数による流出の解析と応用

北海道開発局石狩川治水事務所　準員　坂上義次郎

降雨から河川の流出量を推定する方法は各方面で盛んに行はれており，*Unit graph method*，*Distribution graph method*，*Index area method*，流出函数法等種々の方法があるがこれ等の方法を用いる場合各方法に必要な資料が不備の為苦しむ場合が多い。その中で洪水時の流量観測と雨量観測の資料が集め難い。しかし水位観測は比較的古くより行はれており洪水時の毎時観測や自記水位記録も割合整っている。以上の理由により水位観測記録を用いて単位流出の型を決定し降雨より流量を推定する方法を考えた。

その方法として流出函数法を用ひ流出函数に含まれる定数の特性を研究し定数を水位観測記録から決定するものである。勿論流量観測や時間雨量の資料が充分整っている場合に比べて精度の落ちる事は止得ないが計画高水量の決定や洪水予報に当って流量の時間的変化を全く導入し得ない場合よりもはるかに有効であらう。

今回は流出函数の基本式として(1)式を用いた

$$q = a\,t^2 e^{-\alpha t} \quad \text{(1)}$$

tは降雨開始よりの経過時間，qはtにおける流量，a，αは定数

流出函数を用いて降雨から流出量を推定する場合(1)式の如き函数の無限級数によって単位降雨による流出を表はさうとするものであるが大体二項程度で示し得るやうである。即ち上昇部から頂点附近を支配するα_1の項と流出後期を支配するα_2の二項である。(1)式は単位降雨による流出量の基本式であるがα_1，α_2を決定する為には実際の流出に結びつけなくてはならない。(1)式をtについて微分すれば

$$\frac{dq}{dt} = q\left(\frac{2}{t} - \alpha\right) \quad \text{(2)}$$

$$\alpha = \frac{2}{t} - \frac{1}{q}\frac{dq}{dt} \quad \text{(3)}$$

(1)式から　$t>0$　のqに対し　$q>0$　で　$t=0$　及び　$t=\infty$　で　$q=0$　である。(2)式の$\frac{dq}{dt}=0$とする事から　$t=0$，$t=\infty$，$t=\frac{2}{\alpha}$，が得られる。$t=\frac{2}{\alpha}$は唯1個の最大値に対するものでこれは到達時間に相当する。故にα_1についてはこの事から到達時間を知る事によって決定出来るので若し充分なる降雨記録があれば容易に見出せるが　無い場合には他の方法を用ひなくてはならない。

そこで次のやうな假定をした。雨量と流出曲線の *peak* が明確に対応する場合には頂点付近の形は流出函数の頂点附近と極めて近似の形をしてゐる。

このように考へると実際の流出曲線において

$$Q_{max} = a\,T^2 e^{-\alpha T} \qquad Q_{\frac{T}{2}} = a\left(\frac{T}{2}\right)^2 e^{-\alpha\frac{T}{2}} \quad \text{(4)}$$

(4)式が成立するので

$$Q_{\frac{T}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 e\; Q_{max} \quad \text{(5)}$$

(5)式により$Q_{\frac{T}{2}}$を求め流出曲線から$Q_{\frac{T}{2}}$を見出せばTを決定する事が出来る。Tを決定すればα_1が決る

或る流出曲線から $t=0$ の時刻を仮定すれば(3)式により或る時刻 t' 時における α' を決定出来る。これは $\alpha=\alpha'$ とした時の(1)式の函数の t' 時における状態がその流出曲線の t' 時の状態に等しい事を示す。　時間 t の起点は(5)式により求めた T 時間丈 peak より前の時間とすると、t は其の0点よりの経過時間であり $\frac{dQ}{dt}$ は流出曲線の勾配、Q は上昇開始前の流量を0とした時の流量であるから流出曲線から計算出来る。

この結果を縦軸に α を、横軸に t をとり流出曲線の頂点を t の始点としてプロットすると頂点附近を最大として次第に減衰する曲線が得られ、同一観測地点の流出曲線の α は同一の傾向をもつ曲線となる。α の変化が少くなる事は流れが安定して行く事である。α の変化が少くなって一定値に近づく附近の α を α_2 とする。減衰部の此の附近の性質は単位流出の場合も実際の流出曲線の場合も等しいと考へて差支え無い。以上の方法によって α_1 と α_2 を決定する事が出来る

河川の或る断面における流量と水位の関係は一般に

$$Q' = K(h+h_0)^n \qquad (6)$$

で表わされ座標軸の移動によって

$$Q' = KH'^n \qquad (7)$$

とする事が出来る。　n 及び K は其の地点の水理的條件によって決る定数

(5)式の関係を(7)式を用いて水位の関係に置換えると

$$Q_{max} = Q'_{max} - \bar{Q} = K(H'^n_{max} - \bar{H}^n),\quad Q_{\frac{T}{2}} = Q'_{\frac{T}{2}} - \bar{Q} = K(H'^n_{\frac{T}{2}} - \bar{H}^n) \qquad (8)$$

$$\frac{H'^n_{\frac{T}{2}} - \bar{H}^n}{H'^n_{max} - \bar{H}^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 e \qquad (9)$$

(9)式によって流量曲線の場合と同様にして到達時間 T を決定出来る

(7)式を t で微分すると

$$\frac{dQ'}{dt} = \frac{dQ}{dt} = nKH'^{n-1}\frac{dH'}{dt} \qquad (10)$$

$$\therefore\quad \alpha = \frac{2}{t} - \frac{nH'^{n-1}}{H'^n - \bar{H}^n}\frac{dH'}{dt} \qquad (11)$$

(11)式によって α の変化を計算出来るので α_2 を決定する事が出来る。以上の計算中 n は断面の形によって 1.7〜2.2 程度の値をとるが、普通水位流量曲線式としては $n\fallingdotseq 2$ としてある場合が多く実際の計算には $n=2$ として計算して差支え無い。$\bar{H}$ 及び $\bar{Q}$ は流出曲線における上昇開始前の自然減水時の水位及び流量。

以上の方法によって単位流出の型を決定する事が出来るが、最後に流出係数の問題が残って来る。水位のみでなく流量のわかっている場合には流出係数を1とした graph を画けば流出係数の傾向をつかむことが出来る。

水位のみを用いる場合には(7)式の関係を仮定して水位を合せる事によって流出係数のとり方を決定する。

以上の方法を石狩川伊納地点に適用した結果実用に適し得る事がわかった。