IV－9　新しい平均値法公式による流量測定

中央大学　正会員　春日屋　伸昌

流速計を用いて自然河川での流量を測定するため，水面幅 b に沿ってとるべき垂直線の位置と，そこでの単位幅当りの流量 q（$q=v_m h$；v_m は垂直線に沿っての縦平均流速，h は水深）より流量 Q を算出すべき式とを導くには，Gaussの平均値法公式を用いればよい。しかし，横断流量曲線は両岸で縦距が０となるから，区間の両端において函数値が０となる任意函数に対して平均値法の原理を適用すれば，Gaussのよりも２つ近似度の高い公式がえられる。次の式は垂直線数 n が３～６に対する流量算定式で，例えば $q_{0.173}$ は一方の岸より水面幅の１割７分３厘の点での単位幅当りの流量を表わす。

$$n=3\ ;\ Q=b\{0.272(q_{0.173}+q_{0.827})+0.356\,q_{0.500}\}$$
$$n=4\ ;\ Q=b\{0.189(q_{0.118}+q_{0.882})+0.277(q_{0.357}+q_{0.643})\}$$
$$n=5\ ;\ Q=b\{0.138(q_{0.085}+q_{0.915})+0.216(q_{0.266}+q_{0.734})+0.244\,q_{0.500}\}$$
$$n=6\ ;\ Q=b\{0.105(q_{0.064}+q_{0.936})+0.171(q_{0.204}+q_{0.796})+0.206(q_{0.395}+q_{0.605})\}$$

これら算定式は横断流量曲線を水面幅に沿ってとった変数の無限べキ級数で表わすとき，その次数がそれぞれ高々７～１３次まで誤差を伴わない。河積Ａの算出は q を h でおきかえればよい。

上式を利根川における２０個の資料（水面幅は２４３～２８２ｍ，深浅測量は５ｍおきに５cm単位で測られ，垂直線は２０～３０ｍおきに選ばれ縦平均流速は垂直流速曲線法により，流量は従来の総和法による）に適用した。すなわち，$n=3\sim5$ の公式につき垂直線の位置を算出して水深 h を図面上より求め（５cm単位），そこでの縦平均流速 v_m を横断平均流速曲線上より求める（１cm/sec 単位）。上の３式に h を用いて河積Ａを，$q=v_m h$ を用いて流量Ｑを計算し，資料におけるそれらの値との誤差を百分率で示す。もし，$n=5$ の場合にＡ，Ｑの誤差の絶対値がいずれも２％以内とならない場合にだけ $n=6$ について計算を行い（２例のみ），２％以内の精度で一致することを確めた。更に，Ｑ/Ａ＝Ｖを計算し，資料でのそれと比較した。以上の結果は次のとおりである。

Ⅰ）Ａ，Ｑの誤差の絶対値がそれぞれ２％以内となる最小垂直線数の差

最小垂直線数とはそれ以上の垂直線数に対してすべて誤差の絶対値が２％以内であるとき，その最小の垂直線数のことで，低い垂直線数 n に対して許容誤差以内に入っていたものが，n が増すとき許容誤差を越える例はＡ，Ｑに対していずれも３例あるに過ぎない。ＱとＡとに対する最小垂直線数の差 m の種々な値に対する資料数は

$m=0$　１６例；$m=1$　２例；$m=-2$　２例　　平均 $\overline{m}\fallingdotseq 0$

すなわち，Ａに対して十分な垂直線数 n を採用すれば，その n に対してＱの誤差も許容誤差以内となる。横断流量曲線の次数は横断平均流速曲線の次数と河底曲線の次数との和であるが，縦平均流速は水深の函数であるから横断平均流速曲線の形状は河底曲線の形状

に類似し，近似曲線の次数の差はそれ程大きくはならない。

Ⅱ）A，Qの誤差の絶対値が共に2％以内となる最小垂直線数

A，Qの誤差が同時に許容誤差以内となる最小垂直線数nに対する資料数は

$n=3$　4例；$n=4$　3例；$n=5$　11例；$n=6$　2例

すなわち，$n=5$までで90％が入り$n=6$までで全資料が入る。ゆえに，河底曲線および横断流量曲線の次数は高々13次で，余程特殊な場合を除き高々11次として十分である。代表的な河底曲線の形状は，$n=3$では両岸より流心に向って水深が漸次深くなるもの，$n=4$では一方の岸の近くに深みが発達しつつあるもの，$n=5$では中央に洲ができてこの両側に2つの深みがあるもの，$n=6$ではこれ以上複雑なもので，大体このような河底状態に支配されてnが決まる。中小河川で河底の凹凸が激しくなければ$n=3$で十分な場合が多い。

Ⅲ）Vの誤差の絶対値が2％以内となる最小垂直線数

Q／A＝Vの誤差が許容誤差以内となるnの最小値に対する資料数は

$n=3$　7例；$n=4$　8例；$n=5$　4例；$n=6$　1例

すなわち，Ⅱ）にくらべて精度が大分改善される。これはA，Qの誤差が同符号となる資料が多いからで（$n=3$　17例；$n=4$　17例；$n=5$　18例），A，Qの誤差の少なくとも一方が許容誤差を越えている資料のうち（カッコ内），Vの誤差が許容誤差以内となる例は極めて多く，次のとおりである（A，Qの誤差が共に許容誤差以内となっているにもかかわらず，Vの誤差が許容誤差を越える例は僅かに3例である）。

$n=3$　7例（15例）；$n=4$　11例（13例）；$n=5$　1例（2例）

Ⅳ）Q_0とQとの精度の比較

河積としては深浅測量の結果より求めた値A_0を用い，更に平均値法より計算したA，QよりV＝Q／Aを求めて流量$Q_0=A_0V$を算出するとき，Q_0とQとの誤差を調べると，Q_0の誤差の絶対値がQのそれより小さい資料数はその逆のものより遙かに多く，$n=4$においてQの誤差の絶対値の平均が許容誤差以上（3.7％）でもQ_0のそれは許容誤差以内（1.5％）となる。$n=3$では4.7％が2.8％に，$n=5$では1.3％が0.8％に改善される。

以上により筆者の提案する流量測定法は次のとおりである。

深浅測量の結果から河積を計算し，平均値法を用いて河積を算出するときの誤差が許容誤差以内となるために必要十分な垂直線数nを定める。次に各垂直線下の水深を改めて測定し，観測点の深さ（普通2点法）を定め，1点での観測時間は脈動の影響を僅少にするため5分以上とする。深浅測量時と流速測定時とで水位の違いがあればこれを補正して流速測定時の河積A_0とする。各垂直線に沿っての水深と縦平均流速とが測定できれば，nに対する平均値法公式に代入してA，Qを求める（A_0とAとの誤差は許容誤差以内となるはずである）。求める流量は，上のA，QよりV＝Q／Aを計算して$Q_0=A_0V$より算出される。

このようにして全観測点数を極力下げれば，水位の変動による誤差の介入が許容誤差以内となる範囲内で各観測点での流速測定時間を長くして脈動による誤差を最小にし，流量測定の精度を改善することができる。