III — 8　道路橋活荷重に関する確率論的考察（II）

正員　京都大学工学部兼工学研究所　工博　小西一郎
○准員　京都大学工学部　篠塚正宣

§1　諸言　橋の設計荷重はその建設費に直接影響を及ぼし，またその安全性と密接に関係している．したがって設計荷重をどのように定めれば最も合理的であろうかという問題はきわめて重要な意義をもっている．この観点から，筆者等は道路橋の設計荷重について，自動車交通流に確率論的考察を加えることにより，等分布設計荷重が載荷長及び載荷幅によって逓減されることの根拠について理論的研究を進めてきた。[1)2)] ここではその後行った研究の結果を述べる．

§2　自動車走行の連合性を考慮した場合の逓減　筆者等が前報にひき続いて行った研究は混合交通流に関するものであり，その際，(1)自動車の重量は一定値Wであり，(2)自動車重量は車長の中央において集中荷重として橋に作用するということを仮定した。仮定(2)から，kを平均値klのポアソン分布に従う確率変数としたとき，$_rp_{l,n}$及び$_rP_{l,n}$（それぞれr車線で載荷長lの橋面にnW及びnW以上の荷重が載る確率）は理論的に$k=n$である確率及び$n \geqq k$である確率に等しくなる．ただし$n > rl/s$なるnに対する確率は満載の確率と考える．さて，混合交通においては，もし高速車が低速車を追い越すために対向車線を利用しなければならないときは，低速車は高速車の交通障害となり，いわゆる団子運転が発生する．また2台以上の自動車が意志をもって一団となって走行する場合が必ず存在する．ここでは，これらいずれの原因にもせよ，団子運転の生ずることによって，橋に作用する換算等分布荷重が，このような連合性を考慮しない場合，すなわち，すべての自動車が独立の意志をもち，しかも等しい速度で走行する場合に比べてどのような変化を受けるかを考察する．自動車走行の連合性を考慮すると，すべての自動車は1台（それ自身単独に行動する場合），2台，3台，‥‥の自動車から成る団子運転の集団のいずれかに属する。そして，n台から成る集団の数の全集団数に対する割合をp_nで表わすと，$\sum_{n=1}^{\infty} p_n = 1$である．いま$p_{n+1}/p_n = x$=定数と仮定すると，$p_n=(1-x)x^{n-1}$となる．ここで各集団の先頭の自動車に着目し，これらの自動車の中心間隔が平均値$1/k$の指数分布をすると仮定する．さらに，この先頭の自動車の中心にその集団を構成している自動車の合計の重量が集中すると考えると，r車線で載荷長lの橋面にmWの重量が載る確率$_rp_{l,m}$は寺尾氏によって式(1)で与えられている．

$$_rp_{l,m}=\sum_{n=0}^{m-1} {}_{m-1}C_n\, x^n (1-x)^{m-n} e^{-rkl} (rkl)^{m-n}/(m-n)! \qquad (1)$$

式(1)が混合交通流の解析に比較的妥当な結果を与えることが，枚村，稲見両氏によって実測結果にもとづいて報告されている。[4)] しかし，式(1)はmが大きくなると，すなわち，r, lが大きくなって橋面に載る自動車数mが大きくなると，その計算はきわめて面倒となる．そこでいまzを連続確率変数とし，その密度関数をke^{-kz}とする．そして$p_n=\int_{n-1}^{n} ke^{-kz}dz = e^{-k(n-1)}(1-e^{-k})$と定義すれば$p_{n+1}/p_n = e^{-k}$=定数となり，したがって$e^{-k}=x$，すなわち$k$

$=-\ln x$によって計算されるkを上の指数分布の母数として用いれば，r車線で載荷長lの橋面にmW以上の自動車荷重が載る確率${}_rP_{l,m}=\sum_{i=m}^{\infty}{}_rp_{l,m}$は近似的に式(2)で与えられる。

$$ {}_rP_{l,m}=\sum_{n=1}^{m-1}\frac{(rhl)^n e^{-rhl}}{n!}\sum_{i=0}^{n-1}\frac{\{k(m-1)\}^i e^{-k(m-1)}}{i!}+\sum_{n=m}^{\infty}\frac{(rhl)^n e^{-rhl}}{n!} \qquad (2) $$

この計算はすべてポアソン分布表を用いれば遂行できて比較的容易である。式(2)を$h=\frac{1}{100}$，$x=0.231$の場合について，r, lの値を種々変えて計算し${}_rP_{l,m}-m$関係のグラフを求めた。1例として4車線の場合を下図の実線で示す。また，この交通流の各自動車が独立の意志でかつ同じ速度で走行する場合には，これらの自動車中心間隔の平均値は$\frac{1-x}{h}=77m$となる。したがってr車線で載荷長lの橋面にnW以上の荷重が載る確率は，平均値$\frac{rl}{77}$のポアソン分布に従う確率変数をkとするとき，$k\geqq n$である確率に等しいから，この確率は容易に計算できる。1例として，4車線の場合を計算し，下図の点線で示す。この図を見ると，一般に超過確率の大きいところ，すなわち比較的ありふれた荷重の載荷状態では，連合性を考慮しない場合の方が大きい荷重を与えるが，設計に必要な大きい荷重，すなわち小さい超過確率の附近では連合性を考慮した方が，これを考慮しない場合より大きい荷重を与える。すなわち，連合性を考慮することの必要性が認められる。より定量的な報告は講演会当日に述べたい。なお，本研究は文部省試験研究費による成果であることを附記する。

文献

(1) I. Konishi and M. Shinozuka; Stochastic Study on Uniform Line Load in the Design of Highway Bridge, Technical Report of Engineering Research Institute, Kyoto University, Report No. 28 (1956)

(2) 小西・篠塚；道路橋活荷重に関する確率論的考察，昭和31年日本工学会大会土木部会講演会(早稲田大学)にて講演

(3) 寺尾直三；歩行者の聯合性について，応用物理 18巻4号

(4) 枝村・稲見；連合性を考慮した分布の交通流への適用について，第3回日本道路会議論文集，pp 651～655 (1955)