II－38　測量における観測回数の決定と観測棄却

北海道大学工学部　　准員　五十嵐　日出夫

1　緒　言

1·1　測量え推測統計学の応用

従来の測量における誤差の処理は、殆ど古典統計学の方法によっていた。しかし一方古典統計学は今や推測統計学の秋階えと進展し、性格も著しく変ってきた。すなわち古典統計学は沢山の資料を処理するということに主目があり、推測統計学は推測をして計学を樹てるということに威力を発揮する。そこで測量にこの新しい方法を導入し、今迄は主に経験とか、習慣にのみ頼りがちであつた観測回数の計画と、観測棄却に合理的な意味づけをしようと企てたわけである。

1·2　母集団と観測値

いま同一量の観測を無限回繰り返えすと、それらの観測値は真の値Xの周りに分散して正規型の分布をもつ一つの集落を形成する。すなわち無限母集団といわれるもので、真の値はこの母集団の平均値（母平均）として与えられる。また正規分布の母集団を規定するには、母平均だけでは充分でなく、その分布の状態をあらわす母分散をも考えなくてはならない。しかし測量において、その観測を無限回繰り返えすということは、全く不可能であるから、実際には母平均と母分散を知ることができない。
われわれはたゞ有限個Nの観測値から、その母集団の一部の情報を得るに止る。このとき、これら有限個Nの観測値は当然観測値母集団に含まるべきものである。そうしてこのN個の観測値が測り出されたのは、全く偶然性にのみ支配されるものであるから、大きさNの任意標本と考えられる。観測値の性格をこのように定義ずけると、観測回数の決定は、結局標本の大きさを決定することに帰着する。

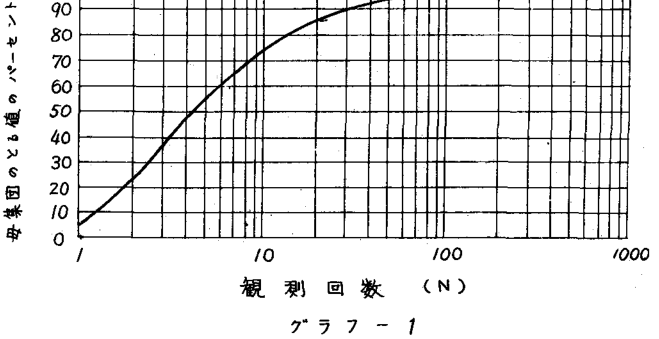
2　観測回数の決定

そうすると期待確率を与えることによって、次のような考えから観測回数を決めることができる。すなわち

「N回の観測で、N個の観測値 O_N（$x_1 < x_2 < \cdots\cdots < x_N$）を得たとすると、95％の確率で観測値の最大値より小さい値（または最小値より大きい値）を母集団の値がとるであろう確率Pは、

$$P = 100\,(0.05)^{\frac{1}{N}}\quad\%$$

であらわされる。」これを図に画くとグラフ－1のようになる。



グラフ－1

それで今母集団がとる値の90%を観測値の中に入れるには、観測回数を30回とすればよいことになる。 すなわち期待確率を与えると自然に観測回数が決まるわけである。

3 観測の棄却

3·1 棄却の考え方

繰返し観測によって得られた数多くの観測値のうち、ある観測値が他の値と較べて極めて大きいとか、小さい場合に、それらを棄てる問題が起きてくる。 しかし従来はたゞ漠然とした根拠の下に棄却したり、又採択したりしていた。 このようなとき先づ第一に考えなくてはならないのは、その観測過程に異常があったかどうかということである。もし異常があったことが明らかであれば棄却してもよいが、実際このようなことは後からこじつけることになりがちであるから注意しなくてはならない。 そこでこの棄却にいくらかでも意義をもたせようとすれば、どうしても数学的な方法を借りてくることになる。だがこれに対してとられてきた Chauvenet の棄却限界法や Wright の提言は、われわれが知ることのできない母平均 m や母分散 σ^2 を知らなくてはならないから、凡ど実用にならないものである。

3·2 観測の棄却法

それでこれに推測統計学の棄却検定の理論を応用すると、簡便且合理的に棄却又は採択を決めることができる。 棄却検定の理論とは、その飛び離れた観測値が、他の観測値の属しているのと同じ母集団に属しているものかどうかを検定しようとするもので、分散を比較することによっておこなわれる。 この手順を更に簡単とするため、新しい表(表－1)を作製した。

3·3 棄却検定の手順

N回の観測によって、N個の観測値 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_R \cdots\cdots, x_N$ を得たが、このうち x_R は他と可成かけ離れているので、この棄却を検定するものとしよう。

手順(1) 平均と分散を算出する。

$$\bar{x} = \frac{[x]}{N} \qquad S^2 = \frac{[vv]}{N}$$

$$(v_i = x_i - \bar{x})$$

手順(2) τ_0^2 を計算し、表－1の τ^2 と比較して

$$\tau_0^2 = \frac{(x_R - \bar{x})^2}{S^2}$$

$\tau_0^2 \geqq \tau^2$ なら対応する危険率 α で棄却される。

$\tau_0^2 < \tau^2$ なら棄却できない。

τ^2 の値

N	α=1%	α=5%	N	α=1%	α=5%	N	α=1%	α=5%	N	α=1%	α=5%
3	1.586	0.277	11	5.398	3.626	19	5.953	3.734	27	6.165	3.770
4	2.940	2.707	12	5.511	3.647	20	5.986	3.739	28	6.181	3.773
5	3.677	3.086	13	5.508	3.667	21	6.019	3.747	29	6.201	3.777
6	4.206	3.292	14	5.686	3.687	22	6.053	3.752	30	6.217	3.779
7	4.575	3.416	15	5.754	3.700	23	6.080	3.754	31	6.230	3.781
8	4.872	3.497	16	5.814	3.710	24	6.100	3.760	32	6.240	3.783
9	5.091	3.552	17	5.865	3.718	25	6.124	3.765	42	6.335	3.795
10	5.262	3.595	18	5.911	3.725	26	6.144	3.769	62	6.438	3.813

表－1

4 結び

観測回数の計画には従来全く手掛とするものがなかったが、2で一つの指針を求めることができた。 又観測の棄却も、3の方法では労力も少く合理的な目安が与えられる。