

大阪市立大学理工学部 准員 三瀬 貞

土粒子は水との共存状態で通常電荷を有する。土粒子の電荷は対イオンによつて中和される。対イオンは熱運動のため土粒子表面よりある範囲内に分布し、いわゆる電気的2重層を構成する。電気的2重層の構造は現在のところ完全に解決されておらず假説の段階に止まっているので、土質系の界面電気化学的諸現象の正確なミクロ的解析は不可能であり、現象論的段階に止まっている。

土粒子界面の電荷および電位分布を図-1, 図-2に示す。土粒子表面より x_2 までは電荷の固定層で分子容量的部分を形成し、 x_1 と x_2 の間は吸着層である。 x_2 より純溶液 x_1 に至る部分は拡散2重層を形成し、正負両電荷の不均一な分布の度が純溶液層へ向つて減少し、遂に均一な分布状態に移行してゆく部分である。拡散層について考えると、 i というイオンを濃度 n_i^x の溶液中より x の位置に持つてくるに要する仕事を w_i^x とすると、 x におけるイオン濃度 n_i^x は、Proton 1個のもつ電荷を e_0 、 i イオンの価数を z_i 、 x 奥の電荷密度を ρ 、ボルツマン常数を k 、絶対温度を T とすると、

$$\rho = \sum_i z_i e_0 n_i^x = \sum_i z_i e_0 n_i \exp(-w_i^x/kT) \quad (1)$$

一切の相互作用を無視すると $w_i^x = \sum_i z_i e_0 \psi$ となる。こゝに ψ は電位ポテンシャルである。 z 価のイオン2個よりできている電解質のみを含むと假定すると、

$$\begin{aligned} \rho &= z e_0 n \{ -\exp(z e_0 \psi/kT) + \exp(-z e_0 \psi/kT) \} \\ &= -2 z e_0 n \sinh(z e_0 \psi/kT) = -2 z^2 e_0^2 n \psi/kT \end{aligned} \quad (2)$$

いま $\kappa^2 = 8\pi z^2 e_0^2 n/DkT$ とおくと、ポアソンの式 $\nabla^2 \psi = -4\pi \rho/D$ (3)

$$\text{より} \quad \nabla^2 \psi = \kappa^2 \psi \quad (4)$$

こゝに D は溶液の誘電率である。

土粒子集合体としての土質系については、空隙の様相が錯雑しているので定量的考察は困難となるから、半径 r の単一毛细管の平行列集合系とみなす。1個の毛细管は上述の電気的2重層を形成する。管軸を z 方向に取り、円筒坐標を用いる。浸透流の速度を u とする。連続の方程式は $\partial(r u_1)/\partial r + \partial(r u_2)/\partial z = 0$ となる。

図-1 土粒子界面の電荷分布

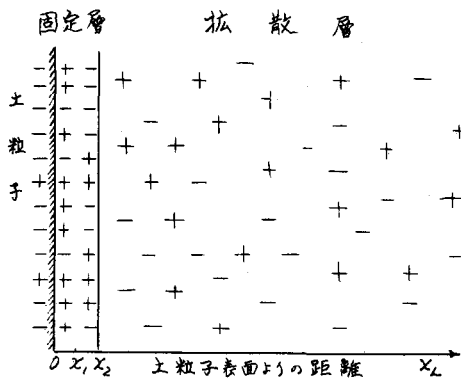
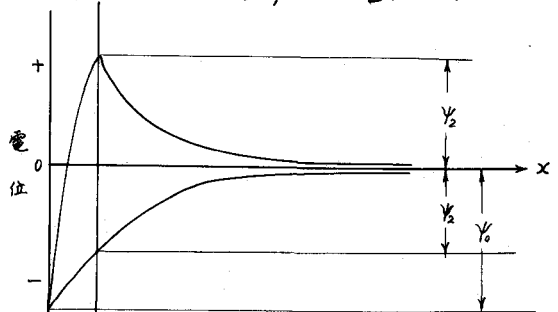


図-2 土粒子界面の電位分布



$r = 0$ で u_r は有限であるから $u_r = 0$, u_z は z 方向に無関係として u で示す。溶液の密度を ρ' , 粘性係数を μ , 外力を F , 水圧を P とすると, 運動方程式は

$$\frac{\mu}{\rho'} \nabla^2 u + F - \frac{1}{\rho'} \nabla P = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \mu \nabla u \quad (5)$$

外部電圧を E , $F = \rho' \left(\frac{\partial E}{\partial z} \right)$ とすると, (1) より

$$F = - \frac{D}{4\pi} \nabla^2 \psi \frac{\partial E}{\partial z} \quad (6)$$

定常状態で, 速度は小さく, ψ は r のみの函数とすると, 長さ Δl の面では, (5), (6) より

$$\rho' = 1 \text{ として } \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{D}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \frac{\Delta E}{\Delta l} = 0 \quad (7)$$

電気浸透により運ばれる液体の量 Q は, (7) より

$$Q = 2\pi \int_0^R u r dr = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{R^2 D \psi}{4\mu} \frac{\Delta E}{\Delta l} + \frac{D}{2\mu} \frac{\Delta E}{\Delta l} \int_0^R r \psi dr \quad (8)$$

$$(4) \text{ を解いて, } \psi = C_1 J_0(Kr) + C_2 Y_0(Kr) \quad (9)$$

ここで C_1, C_2 は常数, J_0, Y_0 は 0 次の Bessel 函数で, $r = 0$ で $\psi = \psi_0$, $r = R$ で $\psi = \psi_2$ という条件より, $\psi = \psi_2 I_0(Kr) / I_0(KR)$ (10)

R を小さいものとして, ψ_2 を S で示すと, (8) と (10) より

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{R^2 D S}{4\mu} \frac{\Delta E}{\Delta l} \quad (11)$$

土質系全体について微小長さ部分の等価平行毛細管数を m とすると, (11) より

$$Q = \frac{\pi R^4 m}{8\mu} \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{R^2 D S m}{4\mu} \frac{\Delta E}{\Delta l} \quad (12)$$

水圧のみによる透水係数を k_h , 電気浸透的透水係数を k_e とし, 水の速度を V とすると,

$$(12) \text{ より } V = - \nabla \cdot \frac{k_h}{\mu} P - \nabla \cdot \frac{k_e}{\mu} E \quad (13)$$

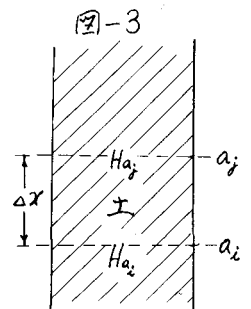
1次元の流れについて考え, P を水頭 H で置き換え, 流れの方向に x 軸を取り, $\frac{k_h}{\mu} = K_h$, $\frac{k_e}{\mu} = K_e$ とすると

$$\begin{cases} V_x = - \frac{d}{dx} (K_h H_x + K_e E_x) \\ \frac{dV_x}{dx} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$(14) \text{ より } V_x = \text{const} = v_0, \quad v_0 = - \frac{d}{dx} (K_h H_x + K_e E_x) \quad (15)$$

図-3 のような微小な土試料について考えると, K_h, K_e は一定とみなし

$$v_0 = - \frac{1}{a_j - a_i} \left[K_h (H_{aj} - H_{ai}) - K_e (E_{aj} - E_{ai}) \right] \quad (16)$$



本研究については京都大学教授村山博士の御懇切なる御指導を仰いだ。