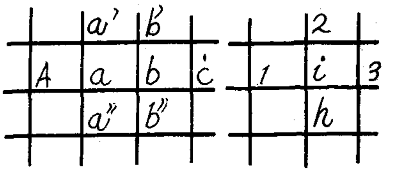
I－2　モーメント展開式による剛節構造の解法

大阪工業大学　正員　工博　重松恩

本解法はモーメント分配法と同じ原理の適用によるものであるが逐次の繰返やし加減計算を行ふことなく各材端モーメントの値をその展開式によって直ちに書下すものである。

剛節構造の任意部材 ab の結節する周辺部分を図－1で示す。いま格点 a に右廻り単位モーメント $+1$ を与えてその廻転を許せば a に結節せる各材端に次の M が配分される。



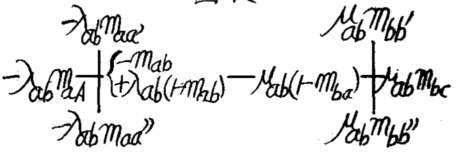
m_{ab} $(=K_{ab}/\Sigma K_{ab}$：配分率$)$，m_{aA}，$m_{aa'}$，$m_{aa''}$　図－1

便宜上 ab に関する弾性計算を他と切りはなして考え，先づ格点 b の弾性拘制を解けば次の平衡条件式が成立されるからこれを解いて下記の図表に示す M 形式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} 2\Sigma K_{ab}\cdot\theta_a+K_{ab}\theta_b&=0\\ K_{ab}\theta_a+2\Sigma K_{ba}\theta_b&=\tfrac{1}{2}m_{ab}\end{aligned}\right\}\quad \theta_a=-\lambda_{ab}\frac{1}{2\Sigma K_{ab}},\ \theta_b=\lambda_{ab}\frac{1}{K_{ab}}$$

ここに，$\lambda_{ab}=\dfrac{1}{4\frac{1}{m_{ab}}\cdot\frac{1}{m_{ba}}-1}$，$\mu_{ab}=\dfrac{2\frac{1}{m_{ba}}}{4\frac{1}{m_{ab}}\frac{1}{m_{ba}}-1}$

図表



このとき ab に関するモーメントは全く展開され，周辺の弾性解除によるモーメントの影響はあるとも現有するものは動揺せない。かくして上記のモーメント形式を一部材の弾性解除による基本形としてこれを順次周辺部材に適用し，更にさきに保留せる m_{aA}，$m_{aa'}$，$m_{aa''}$ に関する部材群についても同様に展開し，それらの結果を加算することにより次の材端モーメント展開式(1)，(2)が得られる。式(1)は基点 a に関するものである。

$$\left.\begin{aligned} &M_{aa'}=\lambda_{aa'}\nu_{aa'}-(1+\mathcal{R}_a)m_{aa'}\\ M_{aA}=\lambda_{aA}\nu_{aA}-(1+\mathcal{R}_a)m_{aA}\qquad &M_{ab}=\lambda_{ab}\nu_{ab}-(1+\mathcal{R}_a)m_{ab}\\ &M_{aa''}=\lambda_{aa''}\nu_{aa''}-(1+\mathcal{R}_a)m_{aa''}\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

但し
$$\begin{aligned}\nu_{ab}&=1+\lambda_{aA}+\lambda_{aa'}+\lambda_{aa''}\\ \nu_{aA}&=\lambda_{ab}+1+\lambda_{aa'}+\lambda_{aa''}\\ \nu_{aa'}&=\lambda_{ab}+\lambda_{aA}+1+\lambda_{aa''}\\ \nu_{aa''}&=\lambda_{ab}+\lambda_{aA}+\lambda_{aa'}+1\end{aligned}\qquad \mathcal{R}_a=\lambda_{ab}\nu_{ab}+\lambda_{aA}\nu_{aA}+\lambda_{aa'}\nu_{aa'}+\lambda_{aa''}\nu_{aa''}$$

（参照　$M_{ab}+M_{aA}+M_{aa'}+M_{aa''}=-1$）

基点 a を除く他の格点に対しては一般に，図－1を参照し，a から任意にとった i 個の連接部材 ab，bc，…hi を通って i の周りに及ぼすモーメントの値は hi に結節する部材を $i1$，$i2$，$i3$ として次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} &M_{i1}=(-1)^i\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}\cdots\mu_{hi}(\lambda_{i1}-\nu_{ih}m_{i1})\\ M_{ih}=(-1)^i\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}\cdots\mu_{hi}(1-\nu_{ih}m_{ih}),\quad &M_{i2}=\qquad〃\qquad(\lambda_{i2}-〃\,m_{i2})\\ &M_{i3}=\qquad〃\qquad(\lambda_{i3}-〃\,m_{i3})\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

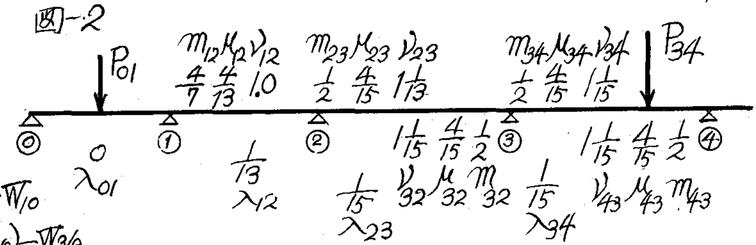
（参照　$M_{ih}+M_{i1}+M_{i2}+M_{i3}=0$）

実用では i の数は架構において2，連續梁において3～4として十分であり，その計算誤差は1/200をこえないであろう。而して基点 a に固定端モーメント $\mathfrak{M}$ があれば式(1)，(2)

の各MはW倍され、式(1)についてWの作用端に関するMにそれが加えられるは明かである。

算例　図-2に示す多径間(少くも7径間)連続梁の各部材のKが相等しいとき荷重P_{01}, P_{34}によるM_{34}の算定。

図-2



解　各径間部材に関するλ, m, μ, νの計算値を図に記入する。式(1),(2)より,

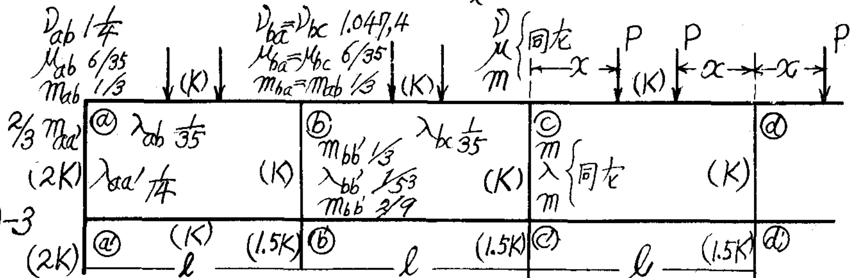
$$M_{34}=(-1)^2\nu_{12}\mu_{12}\mu_{23}(\lambda_{34}-\nu_{32}m_{34})\frac{1}{2}W_{10}$$
$$+\{\lambda_{34}\nu_{34}-(1+m_{23})m_{34}\}(-W_{34})-W_{34}$$
$$+(-1)\nu_{43}\mu_{43}(1-\nu_{34}m_{34})W_{43}$$
$$〃=-0.019,1W_{01}-0.5W_{34}-0.133W_{43}$$

但し　$\frac{1}{2}W_{10}=\frac{1}{2l^2}x(l^2-x^2)P_{01}$

$-W_{34}=-\frac{x(l-x)^2}{l^2}P_{34}$,　$W_{43}=\frac{x^2(l-x)}{l^2}P_{34}$

算例　図-3に示す架構の上戸に与えられた対称配置の荷重により生ずる格点b, cの周りの各材端モーメントの算定。

図-3



解　計算に要する各係数の値を図に記入する。中間格点では固定モーメントの和, $+W-W=+\frac{x(l-x)^2}{l^2}P-\frac{x(l-x)^2}{l}P=0$

$M_{ba}=-\nu_{ab}\mu_{ab}(1-\nu_{ba}m_{ba})(-W)+W=1.119,6W$,　$M_{cb}=(-1)^2\nu_{ab}\mu_{ab}\mu_{bc}(1-\nu_{cb}m_{cb})(-W)+W=0.979,5W$

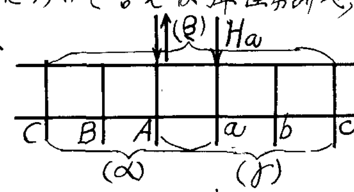
$M_{bc}=$　〃　$(\lambda_{bc}-〃m_{bc})(-W)-W=-1.058,9W$,　$M_{cd}=$　〃　$(\lambda_{cd}-〃m_{cd})(-W)-W=-0.989,9W$

$M_{bb'}=$　〃　$(\lambda_{bb'}-〃m_{bb'})(-W)\ =-0.060,7W$,　$M_{cc'}=$　〃　$(\lambda_{cc'}-〃m_{cc'})(-W)\ \doteqdot 0.010,4W$

次に廻転と同時に構造の任意層を通じて格点の共通変位の生ずるに対しては各戸毎に分割して剪断平衡条件を適用する。即ち図-4を参照し任意のAaについて言えば弾性剪断式,

$Q_{Aa}=-\frac{1}{h}(M_{Aa}+M_{aA})=-(6K_{Aa}/l)(\theta_a+\theta_A+2R_{Aa})+V_{Aa}$

図-4



により先づR_{Aa}だけの作用を考え

$M_{Aa}=M_{aA}=n_{Aa}$　但しn_{Aa}: K_{Aa}に対する便宜基準Kの比, K_{Aa}/K

を与えて逐次モーメントを周辺に展開すれば実用上にはAaから左右に夫々2つの格間にモーメントが波及されるが, これによってこの波及値と略同値の剪断力が隣接戸BA, abを中央とする夫々3つの格間に, 及びCB, bcの各格間に同じく誘発される。これら誘発剪断力に対しても$M_{ab}=M_{ba}=n_{ab}$等を仮定しこれら各戸について次の剪断平衡式を適用する。

BA層：$\alpha\Sigma S_{BA}+\beta\Sigma S_{BA,Aa}=0$　　Aa戸：$\alpha\Sigma S_{Aa,BA}+\beta\Sigma S_{Aa}+\gamma\Sigma S_{Aa,ab}$

ab戸：$\gamma\Sigma S_{ab}+\beta\Sigma S_{ab,Aa}=0$　　　　　　　$+(Q_{Aa}+H_a)\Sigma n_{ba}=0$

ここにα, β, γは与えられた各層剪力Sによるモーメントの値を決定する比例数で, 記号$S_{Aa,BA}$はBA戸に与えられたモーメントによるAa戸への剪断力, またQ_{Aa}は他の荷重によりBA戸に生ずる不平衡の剪断内力を示す。上式によりα, β, γが求まり仮りに与えられた各材端モーメントの値が確定する。