(5)式に於いて支配断面が溢流頂点にある場合は本間教授の表現[4]と一致する。

ダムの溢流頂部に於いては発生する負圧の為，又円形バケット曲線の下流端では水圧の急激な降下の為流れがダム背面を離れるか，又所謂キャビテーション現象が起る可能性をもつ。依つて流れの安定な度合を示す為次の様な安定係数を定義する。

溢流頂安定係数

$$k_c=\frac{-w_0\,d}{p_A}\left\{\cos i-\frac{((H)-d\cos i-H_0)(2\rho_0+d)}{\rho_0{}^2}\right\}\cdots\cdots(6)$$

円形バケット曲線部に於ける安定係数

$$k_B=\frac{\omega_0\,d}{p_A}\,\frac{((H)-d\cos i-H_0)(2\rho_0-d)}{\rho_0{}^2}\cdots\cdots(7)$$

但し(6)式は負圧の発生する場合にのみ適用するもので両式に於ける p_A は大気圧を示す。

円形バケット曲線半径を用いる場合，流れの安定条件として，

$$\rho_0{}^2-\frac{2\omega_0\,d(H-d)}{k_B P_A}\,\rho_0+\frac{\omega_0\,d^2(H-d)}{k_B P_A}\geqq 0\cdots\cdots(8)$$

が成立し，之を解けば次式が得られる。

$$\left.\begin{array}{ll}
(\mathrm{a}) & \dfrac{w_0\,(H-d)}{k_B P_A}\leqq 1 \text{ の場合} \\
 & \rho_0 \text{ の如何にかゝわらず流れは安定} \\
(\mathrm{b}) & \dfrac{\omega_0\,(H-d)}{k_B P_A}\geqq 1 \text{ の場合} \\
 & \rho_0\geqq\dfrac{\omega_0\,d(H-d)}{k_B P_A}\left\{1+\sqrt{1-\dfrac{k_B P_A}{\omega_0(H-d)}}\right\} \\
 & \text{or} \\
 & \rho_0\leqq\dfrac{\omega_0\,d(H-d)}{k_A P_A}\left\{1-\sqrt{1-\dfrac{k_B P_A}{\omega_0(H-d)}}\right\}
\end{array}\right\}\cdots\cdots(9)$$

(9)式は円形バケット曲線に関するダムの限界高さ

$$D_c=H-h_0=\frac{k_B P_A}{\omega_0}+d-h_0\cdots\cdots(10)$$

を与え，$D\leqq D^c$ に対しては，バケット曲線半径に対する考慮は不要であるが，$D\geqq D_c$ に対しては(9)式で示す2個の限界曲率半径が存在することを示す。尚，円形バケット曲線に於ける上述の制約をさける為には，バケット曲線として前後の直線部接点に於いて，曲率が無限大となる特殊曲線を用いればよい。

註1) 東北地方建設局刊行　第5回技術研究会論文集　筆者論文「自由表面を有する急勾配流れ」
2) 東北地方建設局刊行　第2回技術研究会論文集　筆者論文「河川の水理計算に関する基本理論的研究」
3) 本間　仁著　技術者のための流体の力学 p. 94
4) 前出 3 p. 100

(5—8)　堰による堆砂現象の解析的研究

正員　信州大学工学部　杉　尾　捨　三　郎

流出土砂，特に掃流土砂によつてダム貯水池が埋没されてゆく現象を解析的に調べるための基礎的研究である。まず移動床を有する流れを支配すべき法則としては流水の運動方程式，流水の連続方程式，流砂量公式，流砂の連続方程式，幾何条件，抵抗法則の6ケが考えられ，このうち未知数としては水深 h，流速 v，まさつ速度 u^*，砂面勾配 i_s，流砂量 q_s，堆砂厚 Z の6ケであることを示した。さらに矩形水路で流量一定の場合についてはこれらの方程式から未知数を消去してゆき，若干の仮定を用いると，次の3式を得る。

$$\frac{dh}{dx}=i\,\frac{h^3-h_0{}^3}{h^3-h_c{}^3}\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t}+\phi_{(h)}\frac{\partial Z}{\partial x}=i\phi_{(h)}\cdots\cdots(2)$$

こゝに

$$\phi_{(h)}=\frac{K(h^3-h_0{}^3)}{h^2(1-\lambda)(h^3-h_c{}^3)}\left[\left(\frac{1}{h^2}-\frac{1}{h_K{}^2}\right)^n+\frac{2n}{h^2}\left(\frac{1}{h^2}-\frac{1}{h_K{}^2}\right)^{n-1}\right]\cdots\cdots(3)$$

λ, K, n, h_K は常数とみなす

これらの3式から堆砂形を計算するのであるが，まず初めの水面形に基いて上式より，Δt 時間後の堆砂厚 ΔZ を算定し，以下同様にして堆砂形を積み重ねてゆく方法をとることにした。これにより最初に砂がたまり始める位置，砂堆段丘が進行する現象などがある程度説明できるように思われた。

なお筆者は別に巾 20 cm，長さ 6 m の矩形水路の底に，予め一様に砂を敷き均しておき，上流から一様粒径の砂（dm=0.756 mm）を供給し，かつ流量を一定に保つてほゞ等流状態を維持しておき，下流部を急に dam up して堆砂の進行状態を調べた。この実験結果の1例と上記理論を比較検討を行つた結果，堰の堆砂現象においては Ch'ezy 係数 C が重要な役割を演ずるのではなかろうかと推察せられた。

本研究は京都大学工学部石原博士，岩垣助教授の御指導と御教示によつて行われたものであり，かつ信州大学工学部が実施した昭和29年度文部省試験研究『ダムの埋没とその防止に関する研究』の成果の一部であることを附記して感謝の意を表する。

(5—9) 平均値法による流量測定とその三次元への拡張

正員　中央大学工学部　春日屋　伸　昌

1．平均値法による流量測定　測定点下の水深を h，深さ z の点の流速を v，平均流速を v_m とすれば，

$$v_m=\frac{1}{h}\int_0^h v\,dz=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} v\,dt\left[z=\frac{h}{2}(1+t)\right]\cdots\cdots(1)$$

$v\equiv g(t)$ を t の冪級数に展開すれば，

$$v=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3+\cdots=\sum_{r=0}^{\infty}a_rt^r\cdots\cdots(2)$$

$$\therefore\ v_m=a_0+\frac{a_2}{3}+\frac{a_4}{5}+\frac{a_6}{7}+\cdots\cdots\cdots(3)$$

v_m が $[-1,1]$ 内の $t_i(i=1,2,\cdots,n)$ における流速 $v_i(i=1,2,\cdots,n)$ と係数 $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ とを以つて，

$$v_m=A_1v_1+A_2v_2+\cdots+A_nv_n\cdots\cdots(4)$$

に等しくなるように，t_i, A_i の値を選ぶ。

$$v_m=A_1\sum_{r=0}^{\infty}a_rt_1{}^r+A_2\sum_{r=0}^{\infty}a_rt_2{}^r+\cdots+A_n\sum_{r=0}^{\infty}a_rt_n{}^r$$

$$=a_0\sum_{r=1}^{n}A_r+a_1\sum_{r=1}^{n}A_rt_r+a_2\sum_{r=1}^{n}A_rt_r{}^2+\cdots\cdots(5)$$

(3) と (5) との a の係数を等しいとおけば，

$$\sum_{r=1}^{n}A_r=1,\quad\sum_{r=1}^{n}A_rt_r=0,\quad\sum_{r=1}^{n}A_rt_r{}^2=\frac{1}{3},\ \cdots\cdots(6)$$

一般に

$$\sum_{r=1}^{n}A_rt_r{}^m=0\ (m:\text{奇数}),\quad\sum_{r=1}^{n}A_rt_r{}^m=\frac{1}{m+1}\ (m:\text{偶数})$$

(6) の上から $2n$ 個の方程式より t_i, $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ を定めれば，(4) 式より v_m が求まる。このとき，v が z の高々 $(2n-1)$ 次の有理整式ならば，(4) 式は誤差がない。

$n=2\sim3$ とすれば，流速分布が z の高々3次及び5次であるとき誤差のない2点法及び3点法の公式がえられる。ここに，$v_{0.211}$ は深さが $0.211h$ の点の流速である。

$$v_m=(1/2)(v_{0.211}+v_{0.789}),\ v_m=(1/18)\{5(v_{0.113}+v_{0.887})+8v_{0.500}\}\cdots\cdots(7)$$

次に，水面幅 b に沿つて x 軸をとり，単位幅当りの流量を $q(q=v_mh)$，全流量を Q とすれば，

$$Q=\int_0^b q\,dx=\frac{b}{2}\int_{-1}^{1}q\,dt\quad\left[x=\frac{b}{2}(1+t)\right]\cdots\cdots(8)$$

ゆえに，上の理論を適用し，$n=6\sim7$ のときの流量算定式を導くと，

$$n=6;\ Q=b\{0.086(q_{0.034}+q_{0.966})+0.180(q_{0.169}+q_{0.831})+0.234(q_{0.381}+q_{0.619})\}\cdots\cdots(9)$$

$$n=7;\ Q=b\{0.065(q_{0.025}+q_{0.975})+0.140(q_{0.129}+q_{0.871})+0.191(q_{0.297}+q_{0.703})+0.209q_{0.500}\}\cdots\cdots(10)$$

これらは，横断流量曲線の x に関する次数が高々11次，13次のとき誤差を伴わない。ここに，$q_{0.034}$ は岸より $0.034b$ の点での単位幅当りの流量である。

利根川栗橋での実測資料より，水面幅が 300 m を越え，河底の凹凸が激しい場合にも (10) 式を用いれば誤差