象を確率過程と考えて Kolmogoroff の方程式を解き，理論的に

$$\frac{l}{h}=A(1-e^{-B\xi})\cdots\cdots(3)$$

なる式を導き，A 及び B という常数を適当に選らぶことによつて，急勾配粗面上の薄層流の水深方向の流速分布の実測値と極めてよく一致する結果を得た。

これらの式が導かれるまでの過程及びこれに伴つて行つた実験の結果について報告をする。本研究は昭和29年度文部省科学試験研究費の補助を受けて行つたものであり，ここに謝意を表する。

(5―7) ダムを溢流する流れの解析的研究

准員　建設省東北地方建設局　井　田　至　春

要　旨　本論文は従来実験的に取扱われて来たダムの溢流現象を，筆者が先に発表した，鉛直曲率を有する開水路運動方程式[1]を用いて解析的に取扱い，溢流流れに対する水理学的方法の1試論を提供しようとするものである。

概　要　鉛直曲率を有する開水路流れに於ける流速並びに圧力分布は

$$\left.\begin{aligned}&\text{曲率が上に凸の場合}\quad v=\frac{d}{\rho_0+d-\zeta}\cdot\frac{V}{\log\rho_0+d/\rho_0}\\&\text{曲率が下に凸の場合}\quad v=\frac{d}{\rho_0-d+\zeta}\cdot\frac{V}{\log\rho_0/\rho_0-d}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1)$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{上に凸}\quad p=w\cdot\cos i\cdot\zeta-\frac{\omega}{2g}\left(\frac{d\cdot V}{\log\rho_0+d/\rho_0}\right)^2\left\{\frac{1}{(\rho_0+d-\zeta)^2}-\frac{1}{(\rho_0+d)^2}\right\}\\&\text{下に凸}\quad p=\omega\cdot\cos i\cdot\zeta+\frac{\omega}{2g}\left(\frac{d\cdot V}{\log\rho_0/\rho_0-d}\right)^2\left\{\frac{1}{(\rho_0-d)^2}-\frac{1}{(\rho_0-d+\zeta)}\right\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2)$$

で表わされる。

茲に　v＝流速，d＝水深，ρ_0＝水路底曲率半径，ζ＝水面よりの深さ，V＝平均流速，p＝水圧，
w＝水の単位重量，i＝水路の底勾配

依つて運動方程式は次の様に表現出来る。

$$\frac{dH}{dx}+\alpha\frac{d}{dx}\left\{\left(\frac{V^2}{2g}\right)(D)\right\}+\frac{n^2V^2}{R^{2m}}=0\cdots\cdots(3)$$

$$D=\begin{cases}\text{上に凸の場合}\ \left\{\left(\frac{1}{\log\rho_0+d/\rho_0}\right)\left(\frac{d}{\rho_0+d}\right)\right\}^2\\\text{下に凸の場合}\ \left\{\left(\frac{1}{\log\rho_0/\rho_0-d}\right)\left(\frac{d}{\rho_0-d}\right)\right\}^2\end{cases}$$

茲に　H＝基準線からの水面高

ダムを溢流する流れは一般に摩擦損失の影響が少いから（3）式の最後の項を無視して議論出来る。

次にダムの溢流現象を支配するものは，溢流頂近傍に於ける支配断面の位置と其所に於ける限界水深の値であつて，之が与えられる溢流水深に対する溢流量を決定する要素となる。一般に溢流頂部に於ける支配断面は，筆者が先に定義した断面特性函数[2]（摩擦損失項を無視すれば，断面の持つ流れの総エネルギーに等しい）

$$\Phi=\Psi=H_0+d\cdot\cos i+\frac{q^2}{2g}\frac{D}{d^2}\cdots\cdots(4)$$

の極小値が最大になる位置に発生する。尚一般の直線ダム，及び水路巾の変化がはげしくない，半径の大きいアーチダムに於いては支配断面は，本間教授の指摘されている様に[3]溢流頂点に発生する。

従来，溢流量を，$Q={}_cB_c h^{3/2}$ で表現する場合に用いる溢流係数 c は，次式で表わされる。

$$C=\frac{B}{B_c}\frac{\sqrt{2g((H)-d\cos i-H_0)}}{h^{3/2}}\left(\log\frac{\rho_0+d}{\rho_0}\right)(\rho_0+d)\cdots\cdots(5)$$

茲に　B＝支配断面位置に於ける溢流巾　　B_c＝溢流頂点の溢流巾
(H)＝基準線からの貯水池水面高　　H_0＝基準線からの支配断面底高
h＝溢流水深

尚，d，$\cos i$，ρ_0，は総て支配断面に於ける値

(5) 式に於いて支配断面が溢流頂点にある場合は本間教授の表現[4]と一致する。

ダムの溢流頂部に於いては発生する負圧の為，又円形バケット曲線の下流端では水圧の急激な降下の為流れがダム背面を離れるか，又所謂キャビテーション現象が起る可能性をもつ。依つて流れの安定な度合を示す為次の様な安定係数を定義する。

溢流頂安定係数

$$k_c=\frac{-w_0\,d}{p_A}\left\{\cos i-\frac{((H)-d\cos i-H_0)(2\rho_0+d)}{\rho_0{}^2}\right\}\cdots\cdots(6)$$

円形バケット曲線部に於ける安定係数

$$k_B=\frac{\omega_0\,d}{p_A}\,\frac{((H)-d\cos i-H_0)(2\rho_0-d)}{\rho_0{}^2}\cdots\cdots(7)$$

但し (6) 式は負圧の発生する場合にのみ適用するもので両式に於ける p_A は大気圧を示す。

円形バケット曲線半径を用いる場合，流れの安定条件として，

$$\rho_0{}^2-\frac{2\omega_0\,d(H-d)}{k_B P_A}\,\rho_0+\frac{\omega_0\,d^2(H-d)}{k_B P_A}\geqq 0\cdots\cdots(8)$$

が成立し，之を解けば次式が得られる。

$$\left.\begin{array}{ll}
(\mathrm{a}) & \dfrac{w_0\,(H-d)}{k_B P_A}\leqq 1 \text{ の場合} \\
 & \rho_0 \text{ の如何にかゝわらず流れは安定} \\
(\mathrm{b}) & \dfrac{\omega_0\,(H-d)}{k_B P_A}\geqq 1 \text{ の場合} \\
 & \rho_0\geqq\dfrac{\omega_0\,d(H-d)}{k_B P_A}\left\{1+\sqrt{1-\dfrac{k_B P_A}{\omega_0(H-d)}}\right\} \\
 & \text{or} \\
 & \rho_0\leqq\dfrac{\omega_0\,d(H-d)}{k_A P_A}\left\{1-\sqrt{1-\dfrac{k_B P_A}{\omega_0(H-d)}}\right\}
\end{array}\right\}\cdots\cdots(9)$$

(9) 式は円形バケット曲線に関するダムの限界高さ

$$D_c=H-h_0=\frac{k_B P_A}{\omega_0}+d-h_0\cdots\cdots(10)$$

を与え，$D\leqq D^c$ に対しては，バケット曲線半径に対する考慮は不要であるが，$D\geqq D_c$ に対しては (9) 式で示す2個の限界曲率半径が存在することを示す。尚，円形バケット曲線に於ける上述の制約をさける為には，バケット曲線として前後の直線部接点に於いて，曲率が無限大となる特殊曲線を用いればよい。

註 1) 東北地方建設局刊行　第5回技術研究会論文集　筆者論文「自由表面を有する急勾配流れ」
2) 東北地方建設局刊行　第2回技術研究会論文集　筆者論文「河川の水理計算に関する基本理論的研究」
3) 本間　仁著　技術者のための流体の力学 p. 94
4) 前出 3 p. 100

(5—8) 堰による堆砂現象の解析的研究

正員　信州大学工学部　杉　尾　捨　三　郎

流出土砂，特に掃流土砂によつてダム貯水池が埋没されてゆく現象を解析的に調べるための基礎的研究である。まず移動床を有する流れを支配すべき法則としては流水の運動方程式，流水の連続方程式，流砂量公式，流砂の連続方程式，幾何条件，抵抗法則の6ケが考えられ，このうち未知数としては水深 h，流速 v，まさつ速度 u^*，砂面勾配 i_s，流砂量 q_s，堆砂厚 Z の6ケであることを示した。さらに矩形水路で流量一定の場合についてはこれらの方程式から未知数を消去してゆき，若干の仮定を用いると，次の3式を得る。

$$\frac{dh}{dx}=i\,\frac{h^3-h_0{}^3}{h^3-h_c{}^3}\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t}+\phi_{(h)}\frac{\partial Z}{\partial x}=i\phi_{(h)}\cdots\cdots(2)$$

こゝに

$$\phi_{(h)}=\frac{K(h^3-h_0{}^3)}{h^2(1-\lambda)(h^3-h_c{}^3)}\left[\left(\frac{1}{h^2}-\frac{1}{h_K{}^2}\right)^n+\frac{2n}{h^2}\left(\frac{1}{h^2}-\frac{1}{h_K{}^2}\right)^{n-1}\right]\cdots\cdots(3)$$

λ, K, n, h_K は常数とみなす