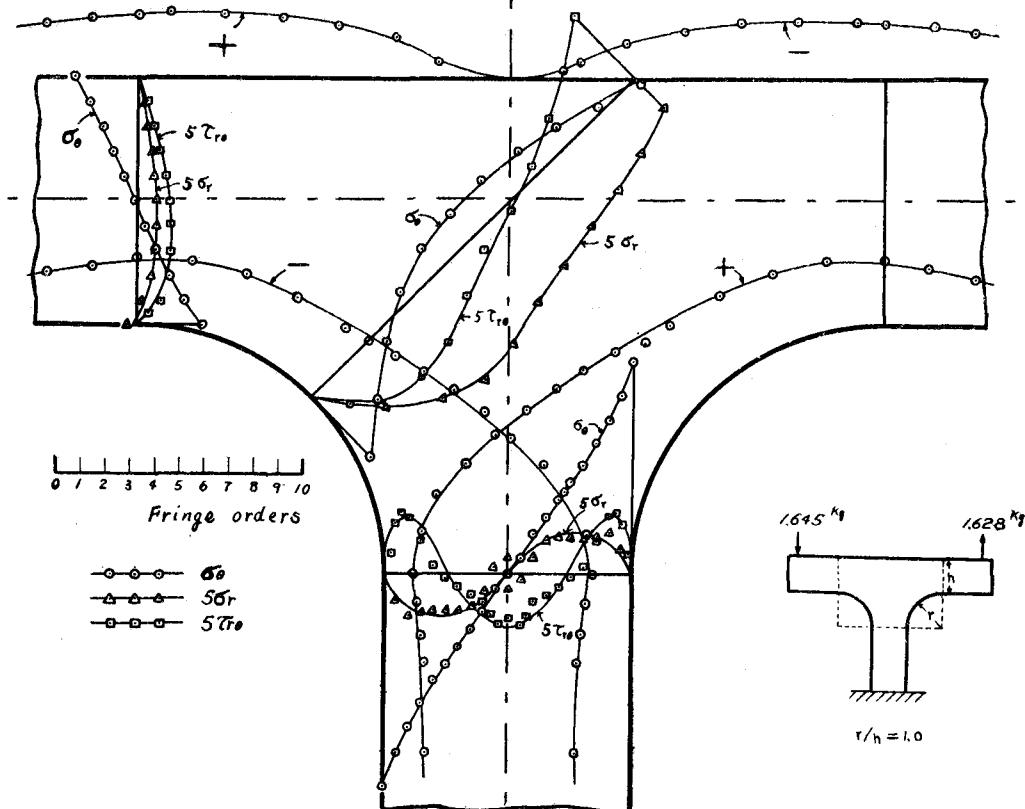


図-7 逆対称荷重
縁辺応力度分布及び各断面応力度分布, $r/h=1.0$



(1-23) 連続梁における Shake down について

准員 建設省中部地方建設局 松井 宏一

1. 概説 構造物の設計に際して従来行われてきた弾性学を用いる方法は、構造物全体としての強度ではなく、構造物の一部分を問題としているから構造物の真の強度を知るために満足なるものではない。当然 limit design が必要となつてくる。しかし近來発展してきた limit design は、構造物に働くすべての荷重が同時にかかり、それが比例的に増大していく場合に適用されてきたのであつて、構造物が大きさや場所を変えるような荷重をうける場合にはまた異つた破壊の形が考えられるべきである。これに応ずるもののが Shake down の考え方である。

2. 剛節構造物における Shake down

Shake down としては普通遞増、交番の2つの塑性変形が考えられる。これを一般剛節構造物について示すと

$$\left\{ \begin{array}{l} (M_i^e)_{\max} + m_i \leq M_{Pi} \\ (M_i^e)_{\min} + m_i \geq (M_{-P})_i \end{array} \right. \quad (1)$$

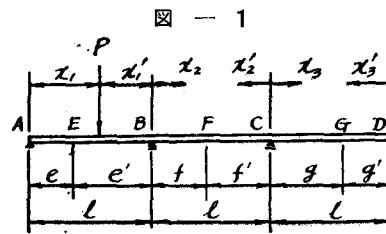
$$\left\{ \begin{array}{l} (M_i^e)_{\max} - (M_i^e)_{\min} \geq 4M_{yi} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$(M_i^e)_{\max} - (M_i^e)_{\min} \geq 4M_{yi} \quad (3)$$

となり式(1), (2)及び(3)はそれぞれ遞増塑性変形及び交番塑性変形の範囲を与えるものである。ここに i は i 点を示し $(M_i^e)_{\max}$, $(M_i^e)_{\min}$: 最大、最小弾性曲げモーメント, m_i : 残留曲げモーメント, $(M_P)_i$, $(M_{-P})_i$: 正負の全塑性曲げモーメント, $4M_{yi}$: 弹性変形範囲。

3. 等長3スパン連続梁における Shake down

図-1のごとき連続梁を考えると降伏関節として仮定される点は B, C, E, F 及び G の5点である。これ等の点にそれぞれ降伏関節が生じた場合、他の部分の曲げモーメントは次のとく表わすことができる。



$$\left. \begin{aligned}
 M_B &= P \cdot f_B(x) + \frac{2EI}{l} \cdot \frac{4}{5} \theta_B - \frac{2EI}{l} \cdot \frac{1}{5} \theta_C - \frac{2EI}{l} \left(\frac{4e}{5l} \right) \theta_E \\
 &\quad + \frac{2EI}{l} \left(\frac{g'}{5l} \right) \theta_G - \frac{2EI}{l} \left(\frac{4l-5f}{5l} \right) \theta_F, \\
 M_C &= P \cdot f_C(x) - \frac{2EI}{l} \cdot \frac{1}{5} \theta_E + \frac{2EI}{l} \cdot \frac{4}{5} \theta_C + \frac{2EI}{l} \left(\frac{e}{5l} \right) \theta_E \\
 &\quad - \frac{2EI}{l} \left(\frac{4g'}{5l} \right) \theta_G + \frac{2EI}{l} \left(\frac{l-5f}{5l} \right) \theta_F, \\
 M_{x1} &= Pf_{x1}(x) + \frac{2EI}{l} \cdot \frac{4x_1}{5l} \theta_E - \frac{2EI}{l} \left(\frac{x_1}{5l} \right) \theta_C - \frac{2EI}{l} \left(\frac{4ex_1}{5l^2} \right) \theta_E \\
 &\quad + \frac{2EI}{l} \left(\frac{g'x_1}{5l^2} \right) \theta_G - \frac{2EI}{l} \left\{ \left(\frac{4l-5f}{5l^2} \right) x_1 \right\} \theta_F, \\
 M_{x2} &= Pf_{x2}(x) + \frac{2EI}{l} \left(\frac{4l-5x_2}{5l} \right) \theta_E + \frac{2EI}{l} \left(\frac{4l-5x_2'}{5l} \right) \theta_C - \frac{2EI}{l} \\
 &\quad \left\{ \frac{e(4l-5x_2)}{5l^2} \right\} \theta_E - \frac{2EI}{l} \left\{ \frac{g'(4l-5x_2')}{5l^2} \right\} \theta_G \\
 &\quad - \frac{2EI}{l} \left\{ \frac{4l^2-5fl-5x_2(l-2f)}{5l^2} \right\} \theta_F, \\
 M_{x3} &= Pf_{x3}(x) - \frac{2EI}{l} \left(\frac{x_3}{5l} \right) \theta_E + \frac{2EI}{l} \left(\frac{4x_3}{5l} \right) \theta_C + \frac{2EI}{l} \left(\frac{ex_3}{5l^2} \right) \theta_E \\
 &\quad - \frac{2EI}{l} \left(\frac{4g'x_3}{5l^2} \right) \theta_G + \frac{2EI}{l} \left\{ \frac{(l-5f)x_3}{5l^2} \right\} \theta_F
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに第1項は弾性曲げモーメントを示している。

またこの場合の撓みは次のとくなる。

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_E &= P \cdot F_E(x) + \frac{4e(l-e)(l+e)}{15l^2} \theta_E - \frac{e(l-e)(l+e)}{15l^2} \theta_C + \frac{2e(7.5l^3-9.5el^2+2e^3)}{15l^3} \theta_E \\
 &\quad + \frac{eg'(l-e)(l+e)}{15l^3} \theta_G - \frac{e(l-e)(l+e)(4l-5f)}{15l^3} \theta_F, \\
 \delta_F &= P \cdot F_F(x) + \frac{f(7l^2-12fl+5f^2)}{15l^2} \theta_E + \frac{f(2l^2+3fl-5f^2)}{15l^2} \theta_C + \frac{fe(-7l^2+12fl-5f^2)}{15l^3} \theta_E \\
 &\quad + \frac{fg'(-2l^2-3fl+5f^2)}{15l^3} \theta_G + \frac{2f(4l^3+fl^2-10f^2l+5f^3)}{15l^3} \theta_F
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

(δ_G も同様にして求めることができる。)

いま荷重が梁上を移動する場合の各点の曲げモーメントを求める。第1回順通過後において B, C 点での残留曲げモーメントは

$$M_{BRI} = -0.04593 P \cdot l, \quad M_{CRI} = -0.07651 P \cdot l \quad \dots\dots\dots (6)$$

第2回逆通過後はそれぞれ

$$M_{BR2} = -0.07651 P \cdot l, \quad M_{CR2} = -0.06220 P \cdot l \quad \dots\dots\dots (7)$$

となつている。これを繰り返して行くと遂に

$$M_{BRn} = -0.06762 P \cdot l, \quad M_{CRn} = -0.07651 P \cdot l \quad \dots\dots\dots (8)$$

となつて定常状態となり以後この残留曲げモーメントが B, C 点で互に繰り返され1回通過ごとに式(5)によつて撓みを増加して行くこととなる。

4. 限度荷重

B, C, E, F, G 点において式(1), (2)を適用して遙増塑性変形限度荷重及び残留曲げモーメントを求めることができ。この場合図一2に示すとく2つの破壊の形が考えられそれぞれ

$$\begin{aligned} 0.17413P_i \cdot l &= M_p \\ M_{BR} = M_{CR} &= -0.07153 P_i \cdot l \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \dots \dots \text{(I型)} \quad (9)$$

及び

$$\begin{aligned} 0.13880P_i \cdot l \\ M_{BR} = M_{CR} = -0.03620 P_i \cdot l \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \dots \dots \text{(II型)} \quad (10)$$

となり、交番塑性変形限度はE点に式(3)を用いて

$$0.14358P_i \cdot l = M_p \dots \dots \dots \text{(11)}$$

(但し $\frac{M_p}{M_y} = 1.2$ とする) をうる。

以上より I型が限度荷重を与える。

5. 対称3スパン連続梁における限度荷重

n が1~2までの間で限度荷重を計算した(図一2)。

6. 結び

以上3スパン連続梁について Shake down の理論を適用し限界荷重を明らかにした。本文は著者が京都大学大学院工学研究科修士研究論文として提出した内容の一部である。

図一2

