

よく一致している。以上は実験の1例であるが数回の実験につき詳細に論ずる。

なお、この実験は昭和29年度文部省科学研究費の補助を受けたものである。

文 献

- 1) 小田英一：塑性体としての水平層を有する地山中のトンネル応力について，土木学会論文集 第19号，1954

図 一 4

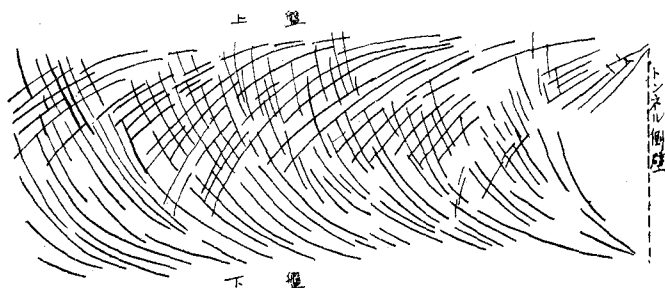
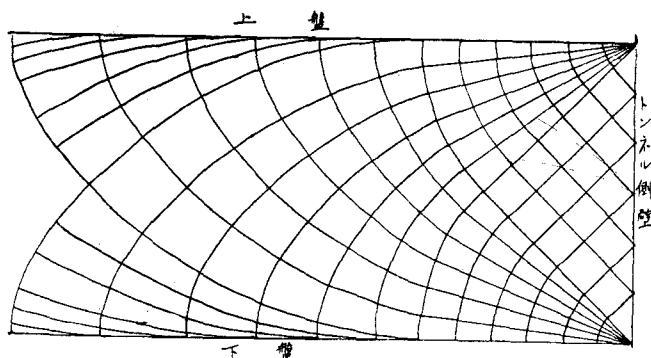


図 一 5



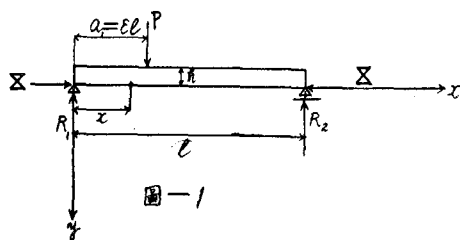
(1—19) 新理論による単純桁の理想撓み公式 と軸圧縮力の変化について

正員 室蘭工業大学工学部 中村作太郎

筆者は，第3回応用力学連合学術講演会に於て，“桁梁の弾性的撓みに関する理論的研究”⁽¹⁾と題し，軸力の作用線が桁梁の底部に作用し，桁梁の高さ及び微小変位の影響をも考慮に入れて微分方程式を誘導し一般式を求めた。更に，第10回土木学会学術講演会に於いて，“板状梁の撓みに関する研究”⁽²⁾と題し，この一般理論より，両端に曲げモーメントの作用しない場合の解式を求め，板状梁についてその計算法の一部を示した。

- (1) Proceedings of the 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics (1954) 1—30 Sakutaro Nakamura “The theoretical studies on elastic deflection of beam.” 参照。
(2) 第10回土木学会年次学術講演会講演概要 (1954) 1—11中村作太郎 “板状梁の撓みに関する研究” 参照。

而して，今回は，桁梁に関するこれらの理論に更に，次の条件を加え，もつと理想的な撓み曲線を与えた。即ち，図一1の如き単純桁が任意の集中荷重 P を受ける場合， X なる軸圧縮力は， P の位置により異なるは勿論であるが，又， x 軸に沿うても変化すべきものであるとした。筆者の理論による撓み曲線公式は，



$$0 \leq x \leq a_1 \quad y = \frac{\cosh \xi x + \sinh \xi x}{2} \left\{ \frac{-1}{X} \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi} - \frac{h}{2} \left(1 - \frac{1}{\xi l} \right) \cos \varphi_1 - \frac{h}{2\xi l} \cos \varphi_2 \right. \\ \left. + \frac{\varphi_1}{\xi} \right\} + \frac{\cosh \xi x - \sinh \xi x}{2} \left\{ \frac{1}{X} \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi} - \frac{h}{2} \left(1 + \frac{1}{\xi l} \right) \cos \varphi_1 \right. \\ \left. + \frac{h}{2\xi l} \cos \varphi_2 - \frac{\varphi_1}{\xi} \right\} + \frac{P(1-\varepsilon)}{X} x + \frac{h}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$a_1 \leq x \leq l \quad y = \frac{\cosh \xi x + \sinh \xi x}{2(\cosh \xi l + \sinh \xi l)} \left\{ \frac{1}{X} \frac{P\varepsilon}{\xi} + \frac{h}{2\xi l} \cos \varphi_1 - \frac{h}{2} \left(1 + \frac{1}{\xi l} \right) \cos \varphi_2 - \frac{\varphi_2}{\xi} \right\} \\ + \frac{\cosh \xi x - \sinh \xi x}{2(\cosh \xi l - \sinh \xi l)} \left\{ \frac{-1}{X} \frac{P\varepsilon}{\xi} - \frac{h}{2\xi l} \cos \varphi_1 - \frac{h}{2} \left(1 - \frac{1}{\xi l} \right) \cos \varphi_2 \right. \\ \left. + \frac{\varphi_2}{\xi} \right\} + \frac{P\varepsilon(l-x)}{X} + \frac{h}{2} \dots\dots\dots (2)$$

であり、 X は次式により求める事が出来る。

$$\frac{A}{l} \left[\frac{P^2(1-\varepsilon)^2}{3X} a_1^3 + \frac{P(1-\varepsilon)}{2} K_1 a_1^2 + \left(\frac{I_4}{4} K_2 - \frac{I_6}{4\xi} K_3 \right) a_1 + \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi} \right. \\ \left. (K_4 \sinh \xi a_1 + K_5 \cosh \xi a_1) a_1 - \left\{ \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi^2} K_6 + \frac{1}{\xi} K_7 \right\} \cosh \xi a_1 - \left\{ \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi^2} K_5 + \frac{1}{\xi} K_8 \right\} \right. \\ \left. \sinh \xi a_1 + \left(\frac{I_4}{4\xi} K_3 + \frac{I_6}{4\xi^2} K_3 \right) \sinh \xi a_1 \cosh \xi a_1 - \left(\frac{I_4}{8\xi} K_{10} + \frac{I_6}{8\xi} K_9 \right) \cosh 2\xi a_1 \right. \\ \left. + \left\{ \frac{P(1-\varepsilon)}{\xi^2} K_4 + \frac{1}{\xi} K_7 \right\} + \left(\frac{I_4}{8\xi} K_{10} + \frac{I_6}{8\xi} K_9 \right) + \frac{P^2 \varepsilon^2}{X} \frac{(l^3 - a_1^3)}{3} - P \cdot \varepsilon \cdot K_{12} (l^2 - a_1^2) \right. \\ \left. + K_{13} (l - a_1) - \frac{2P \cdot \varepsilon}{\xi} \left\{ K_{14} (l \sinh \xi l - a_1 \sinh \xi a_1) + K_{15} (l \cosh \xi l - a_1 \cosh \xi a_1) \right\} + \left(\frac{2P \cdot \varepsilon}{\xi^2} K_{14} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\xi} K_{16} \right) (\cosh \xi l - \cosh \xi a_1) + \left(\frac{2P \cdot \varepsilon}{\xi^2} K_{15} + \frac{1}{\xi} K_{17} \right) (\sinh \xi l - \sinh \xi a_1) - \frac{1}{\xi} K_{18} \right. \\ \left. (\sinh \xi l \cosh \xi l - \sinh \xi a_1 \cosh \xi a_1) - \frac{1}{2\xi} K_{19} (\cosh 2\xi l - \cosh 2\xi a_1) - X = 0 \dots\dots\dots (3) \right.$$

(1), (2), (3) に於て P = 単一集中荷重

l = 桁の支間 A = 桁の断面積 h = 桁の高さ

a_1 = 左支点から P の作用点までの距離 = εl

$l - a_1 = (1 - \varepsilon) l$ φ_1, φ_2 = 撓角 R_1, R_2 = 反力

X = 軸力 I = 桁断面の慣性モーメント

又、 $I_1 \dots I_7, K_1 \dots K_{16}$ は軸力 X , 撓角 φ_1, φ_2 反力 R_1, R_2 等に関する複雑なる函数である。詳細は、Proceeding of 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics 1—30の論文参照。

今、(1), (2), (3) 式に於て、 $X = \mu \xi^2 K I$, $\xi = \sqrt{\frac{X}{\mu K I}}$, $K = E \left(1 + \frac{X}{EA} \right)$, E = 弾性係数とし、 μ なる係数は、桁の理想的撓曲線を仮定する事によつて定める事が出来る。3種の材質、鋼鉄、白樺、孟宗竹の桁梁について小形模型 $l = 40\text{cm}$, 高さ $h = 4.450\text{cm}$, 幅 $b = 1.50\text{cm}$, $P = 0.20\text{kg}$ に関し、広範囲に渡つて、 $\varphi_1, \varphi_2, \mu, X$ 等の値を計算し、数学的性質並びに桁梁の本質を明かにした。その1例として φ_1, φ_2 及び μ の値を表に示せば、表~1, 表~2 が得られる。

表-1

ε	φ_1 及 φ_2 の 値					
	鋼 鉄		白 樺		孟 宗 竹	
	φ_1	φ_2	φ_1	φ_2	φ_1	φ_2
0.1	0.000548	0.003716	0.000610	0.003297	0.000441	0.003793
0.2	0.001903	0.005515	0.002020	0.00562	0.001070	0.005008
0.3	0.001120	0.000455	0.002422	0.00941	0.00322	0.00005
0.4	0.001210	0.000825	0.00280	0.01160	0.00364	0.00236
0.5	0.001180	0.001180	0.00257	0.00457	0.00335	0.00335

表-2

材質	ε	μ の 値							
		$x=0.1l$	$x=0.2l$	$x=0.3l$	$x=0.4l$	$x=0.5l$	$x=0.6l$	$x=0.7l$	$x=0.8l$
鋼	0.1	-0.06777	-0.04187	-0.03223	-0.02426	-0.01761	-0.01275	-0.00902	-0.00626
	0.2	-0.04173	-0.02783	-0.02020	-0.01423	-0.00975	-0.00643	-0.00420	-0.00284
鉄	0.1	-0.04173	-0.02783	-0.02020	-0.01423	-0.00975	-0.00643	-0.00420	-0.00284
	0.2	-0.02783	-0.01801	-0.01324	-0.00954	-0.00643	-0.00420	-0.00284	-0.00177
白	0.1	-0.03732	-0.02336	-0.01690	-0.01201	-0.00800	-0.00520	-0.00320	-0.00190
	0.2	-0.02336	-0.01520	-0.01090	-0.00760	-0.00520	-0.00320	-0.00190	-0.00110
樺	0.1	-0.02336	-0.01520	-0.01090	-0.00760	-0.00520	-0.00320	-0.00190	-0.00110
	0.2	-0.01520	-0.00950	-0.00650	-0.00450	-0.00300	-0.00190	-0.00110	-0.00060
孟	0.1	-0.02336	-0.01520	-0.01090	-0.00760	-0.00520	-0.00320	-0.00190	-0.00110
	0.2	-0.01520	-0.00950	-0.00650	-0.00450	-0.00300	-0.00190	-0.00110	-0.00060
宗	0.1	-0.02336	-0.01520	-0.01090	-0.00760	-0.00520	-0.00320	-0.00190	-0.00110
	0.2	-0.01520	-0.00950	-0.00650	-0.00450	-0.00300	-0.00190	-0.00110	-0.00060
竹	0.1	-0.02336	-0.01520	-0.01090	-0.00760	-0.00520	-0.00320	-0.00190	-0.00110
	0.2	-0.01520	-0.00950	-0.00650	-0.00450	-0.00300	-0.00190	-0.00110	-0.00060

以上の表より明かな如く、等支間の桁でも、材質により、 $\varphi_1, \varphi_2, \mu$ の値は著しく異なり、 X の値も勿論異つて来る事が分る。これらの計算は、解式が極めて複雑であり、互に相関した函数となつているから 各種の表及び曲線図を利用すると共に、繰返し試算法を併用して正確なる値を得る事が出来た。又、理想的撓曲線を定めるに當つては、各種の理論公式による曲線、筆者の理論公式による曲線、数多の実験曲線等を基とした。 X の変化に

つては、特に詳細な計算を行つた。例えば、鋼鉄梁に於いて、 $\epsilon=0.1$ では $x=0.1l$ 1.77659 $x=0.2l$ 1.10247 $x=0.3l$ 0.87646 $x=0.4l$ 0.74468 $x=0.5l$ 0.62182 $x=0.6l$ 0.49367 $x=0.7l$ 0.36907 , $x=0.8l$ 0.25058 $x=0.9l$ 0.24148 (単位kg) となつた、以下省略。又、撓み y は、(1), (2) 式から最後に求められるが理想撓み曲線と一致した場合には、表-3 の如くなる。(一部だけあげ他は省略)、以上の結果から結論として次の事が云える。即ち、単純桁の厳密な意味の弾性的理論としては、水平軸圧縮力が桁の底部の線に作用し、荷重の位置のみならず x 軸に沿うて、変化すると云う事である。尙、この提案は一般の桁梁にも云える事と思う。

表-3

材質	$x=0.1l$	$x=0.2l$	$x=0.3l$	$x=0.4l$	$x=0.5l$	$x=0.6l$	$x=0.7l$	$x=0.8l$	$x=0.9l$
鋼鉄	0.003094	0.006530	0.008300	0.007879	0.00662	0.004949	0.003300	0.001530	0.000394
白樺	0.06550	0.12750	0.17600	0.21370	0.23350	0.24370	0.17600	0.12750	0.06550
孟買竹	0.06288	0.11440	0.15970	0.20460	0.21650	0.20460	0.15970	0.11440	0.06288

(1-20) 境界に外力が作用した場合の 二次元問題の一解法

准員 信州大学工学部 夏 目 正 太 郎

或る曲線で囲まれた領域があり、その境界上に作用する外力の分布が与えられている時、弾性二次元問題における Airy の応力函数を求める一方法である。簡単な例題として円形の場合を取り挙げたが、これによりもつと複雑な境界値問題に対する応力函数を見出せると云う暗示を受ける。

(1-21) 逆行列の逐次近似計算法

正員 岐阜大学工学部 四 野 宮 哲 郎

与えられた行列とその逆行列を

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

とする。 A においては、主対角線上の要素は何れも正で同行の大部分の要素より絶対値が大きいとする。応用力学ではしばしば A^{-1} を求める必要を生ずるが、この場合 A^{-1} を求める代りに

$$A_1^{-1} = \begin{pmatrix} \mu_1 b_{11} & \mu_2 b_{12} & \mu_3 b_{13} & \cdots & \mu_n b_{1n} \\ \mu_1 b_{21} & \mu_2 b_{22} & \mu_3 b_{23} & \cdots & \mu_n b_{2n} \\ \mu_1 b_{31} & \mu_2 b_{32} & \mu_3 b_{33} & \cdots & \mu_n b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mu_1 b_{n1} & \mu_2 b_{n2} & \mu_3 b_{n3} & \cdots & \mu_n b_{nn} \end{pmatrix} \text{を求めて} \quad A A_1^{-1} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mu_n \end{pmatrix}$$

も少しも
さしつか
えない。
なぜなら
ば

となるから μ_i がわかり、従つて A^{-1} の各要素がわかるからである。本論文は、相当次数の高い(すなわち n の大なる)行列 A について、なんらかの方法で求めた A_1^{-1} の近似値 ρ を基にして、これに弛張法を応用して次第に ρ の精度をあげていく計算法を、従来唱えられた方法に新しい考え方を加味して系統的に論じて見たものである。今