

(3-6) 橋梁部材の曲げ捩り挫屈について

正員 東京大学工学部 奥 村 敏 恵

従来橋梁の部材設計に用いられている 挫屈公式は弾性軸線に関して考慮した式であつて、断面形状の影響は十分吟味されていない。実際に使用されている断面ではその重心と捩り中心が一致していないため、H. Wagner の指摘したいわゆる曲げ捩りの影響ははいる。このほかに断面形状が部材の変形にともなつてくずれる 影響も考える必要がある¹⁾。従来これ等の影響を厳密に考えなくて済んだのは型鋼を鋸接集成した断面の剛性の余裕があつた。しかし実測によると、実在橋梁の部材の多くは捩り変形をとまなうことが明白である。特に最近のように溶接が大いに使用され断面の節約をはかるようになると、この点に関し厳密に考慮したものでないと、使用することは危険である。筆者はこれに関しすでに昭和 27 年に応用力学連合大会(第 2 回)において基本式および二、三の計算例を発表した。今回は重心と捩り中心の一致しない I 型または II 型断面の曲げ捩り挫屈について言及し、設計にあたつて注意すべき事項について論じたいと思う。

基本式の誘導 端曲げおよび偏心圧縮を受ける部材について、荷重により変形した後形状が変わらないと仮定する。次に (1) 曲げおよび捩りによつて弾性的に貯えられるエネルギー、(2) 軸方向に荷重がのつたまま変位するために生ずるエネルギー、(3) 横方向に働らく荷重がのつたままその荷重の方向に変位することによつて生ずる仕事によるエネルギーの 3 つのエネルギーを考慮し、変分計算を行うことにより平衡条件を支配する次式を誘導することができる。

$$\begin{aligned}
 EI_y u'''' + Pu'' + P(y_0 - e_2)\varphi'' + (M_x \varphi)'' &= q_x \\
 EI_x v'''' + Pv'' - P(x_0 - e_1)\varphi'' - (M_y \varphi)'' &= q_y \\
 EC_w \varphi'''' - KG\varphi'' + \{P(y_0 - e_2) + M_x\}u'' - \{P(x_0 - e_1) + M_y\}v'' \\
 + \left\{ \frac{\alpha_1}{I_y} (-e_1 P + M_y) + \frac{\alpha_2}{I_x} (-e_2 P + M_x) + \frac{I_p}{A} P \right\} \varphi'' \\
 + \frac{\alpha_1}{I_y} S_y \varphi' + \frac{\alpha_2}{I_x} S_x \varphi' - a q_y \varphi - b q_x \varphi &= \mathfrak{M}_t
 \end{aligned} \quad (1)$$

図-2

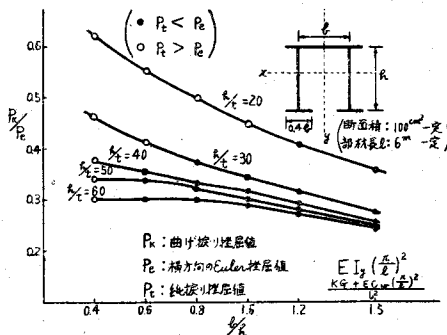


図-1

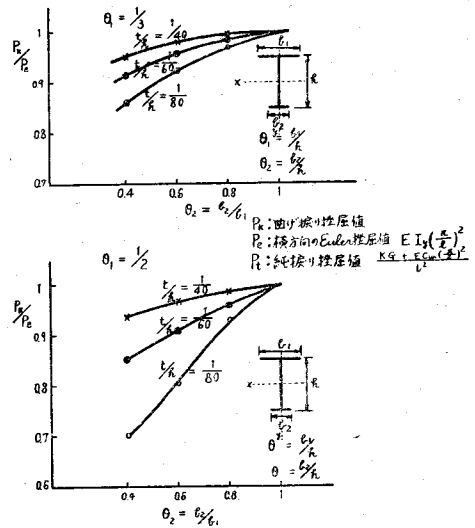
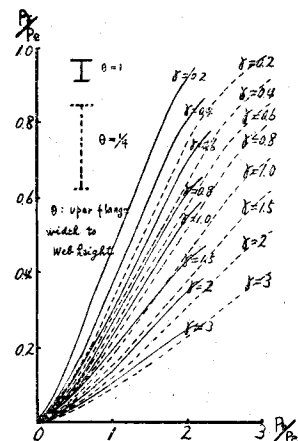


図-3



$$\left. \begin{aligned} \text{ただし} \quad \alpha_1 &= 2x_0 I_y - \int x(x^2 + y^2) dA \\ \alpha_2 &= 2y_0 I_x - \int y(x^2 + y^2) dA \\ I_p &= \iint \{(y_0 - y)^2 + (x_0 - x)^2\} dA \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし u, v : x, y 方向 (断面内) の変位, φ : 角変位, $'$ は軸方向座標の微分, M_x, M_y : x, y 方向の曲げモーメント, P : 軸圧縮力, e_1, e_2 : 軸圧縮力の x, y 方向の偏心量, (x_0, y_0) : 振り中心の x, y 座標, a : q_y の作用点と振り中心との y 方向に測つた距離, b : q_x の作用点と振り中心との x 方向に測つた距離, (q_x, q_y) : 軸方向に直角な x, y 方向の分布荷重, M_t : 振りモーメント, EI_x, EI_y, KG, EC_w : 曲げおよび 振りに関する断面の弾性常数, A : 断面積。

(1) 重心と振り中心と一致しない一軸対称の部材の一般的な挫屈方程式 境界条件として端部において自由支持および free warping の条件を採用すると, x 方向に作用する端曲げモーメント, M_k , 偏心圧縮力 P_k を受ける部材の y 方向の挫屈を支配する式は次式となる (図-1, 図-2)。

$$\{P_k(y_0 - e) + M_k\}^2 + (P_k - P_e)\{i^2(P_t - P_k) + \alpha/I_x(eP_k - M_k)\} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$P_e: EI_y \left(\frac{\pi}{l} \right)^2: \text{横方向の Euler 挫屈値}$$

$$P_t: \frac{KG + EC_w (\pi/l)^2}{i^2}: \text{純振り挫屈値}$$

$$i^2 = \int (x^2 + y^2) dA / A$$

(a) 端曲げおよび圧縮を支配する式

$$M_k^2 + \{2y_0 P_e + \beta(P_k - P_e)\} M_k + \{i^2(P_k - P_e)(P_t - P_e) + y_0^2 P_k^2\} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{ただし} \quad \beta = \int_A y(x^2 + y^2) dA / I_x$$

上式より重心と振り中心が一致する場合を考え端曲げモーメントのみまたは圧縮力のみを考えると $M_k = \pm \sqrt{P_e P_t} (P_k - P_e) (P_k - P_t) = 0$ となり, 従来の横挫屈および圧縮挫屈を表わす一般式を与えることができる。なお上式よりわかるように振り中心と重心が一致しない場合には一般には挫屈値は P_e または P_t のいずれにも等しくない。この値が I および II 断面においていかなる性質を示すかを表わしたものが 図-1 および 図-2 である。これによると挫屈値のいちじるしい低下を示すものがある。十分注意すべきである。

(b) 偏心挫屈を支配する式

$$\left. \begin{aligned} P/P_e &= 1/2 m \{ -n \pm \sqrt{n^2 + 4m^2 i^2 P_t/P_e} \} \\ m &= y_0^2 + e^2 - i^2 - e\beta \\ n &= i^2(P_t/P_e + 1) - e(2y_0 - \beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

この数値計算例を 図-3 に示す。偏心の影響を少なくするためには純振り挫屈値と Euler 挫屈値の比を 2 以上にしてほしい。なおこれに関し実験的検照を行つた。

脚註 1 昭和 27 年の学会講演会で I 断面について論じた。

(3-7) 直応力と曲げを受ける断面の決定について

正員 大阪大学工学部 工博 安 宅 勝

直応力を P , 曲げモーメントを M とした場合に $\frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \sigma_{ba}$ という条件に適合するように断面を決める方法について述べる。ここに A は断面積, Z は断面係数, σ_{ba} は許容縁応力度である。この場合には従来は trial によるか, Melan の示した方法によつているが, Melan の方法では core point を仮定せねばならぬから厳密に言えば直接的な方法ではなく, 最適断面を選ぶことはむづかしい。以下著者の方法について述べる。本研究は文部省科学研究費の補助による研究の一部である。圧縮材において $\frac{P}{A} + \omega \frac{M}{Z} = \sigma_{ba}$ のような形となつた場合は M