

著者等は不等分布荷重の特別の場合として、三角形分布荷重下の支持力について、先に発表した円形等分布荷重下の支持力計算法³⁾と同様に、Mohr 円を利用する半図式解法を用いて計算を行った。

その結果によると、支持力は相等しい全荷重に対して等分布の場合の約 1/2 に減じ、滑り面はずつと扁平となり、滑り出しの範囲も狭くなることとなった。

- 脚註 1) E. Schultze : Der Widerstand des Baugrundes gegen 'schräge Sohlspannungen, Die Bautechnik Dez. 1952.
 " 2) G.G. Meyerhof : The Bearing Capacity of Foundations under Eccentric and Inclined Loads, Proc. of The Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1953.
 " 3) T. Miguno : On the Bearing Power of Soil under an Uniformly Distributed Circular Load, 同上

(2-10) 土の塑性理論

正員 東京大学生産技術研究所 工博 星 埜 和

さきに「土のような材料の塑性変形と破壊についての基本理論」を学会論文集(昭 23)と第 2 回国際会議論文集(1948, ロッテルダム, 英文)に発表してから数年を経たが、その間に三軸試験機を試作使用してこの問題について多くの実験的事実を求めることができたので、それらの事実にもとづいてさきの理論を修正する必要性が生じてきた。土の変形と破壊の現象は思ひのほか多くの要素に支配され複雑なものであるらしく、理論の基本線をくずさずすべての新しい実験的事実を盛りこむとはきわめて困難に思われ、次に述べる一応まとまった形の改良理論もなお研究の余地が残されており、今後の研究結果にまづさらに修正を加え、発展を図るべきものと思われる。

さきに発表した基本理論から出発して土の変形と破壊が外力によるエネルギーの増減と密接な関係をもつ点を考えに入れると、三主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, とし、その軸と等角をなす平面(E 一面)において

$$\left. \begin{aligned} \text{鉛直応力} \quad \sigma_m &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \\ \text{剪 応 力} \quad \tau_m &= \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

とおき、剪応力の方向が σ_1 軸の投影となす角を ψ とすれば、主応力は次の形に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \psi \cdot \tau_m \\ \sigma_2 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \psi \right) \cdot \tau_m \\ \sigma_3 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \psi \right) \cdot \tau_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

これに対して主歪は、歪量が小さい場合は

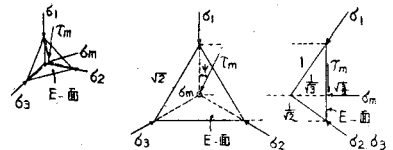
$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \psi \frac{d\tau_m}{3G} \\ d\epsilon_2 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \psi \right) \frac{d\tau_m}{3G} \\ d\epsilon_3 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \psi \right) \frac{d\tau_m}{3G} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式中の V は容積膨脹係数、 G は剪断変形係数で、弾性理論では常数として取扱うが、この塑性理論では V と G がエネルギーによつて変化すると考えて

$$V = \frac{A_N}{A_{N_0}} V_0, \quad G = \frac{G_0}{\lambda^2 A_{N_0}} (\lambda^2 A_N - A_S)$$

とおき、かつ $\mu^2 = G_0/V_0$ とおけば、エネルギーの変化は

図-1



$$dA_N + dA_S = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3 = \frac{\sigma_m d\sigma_m}{V} + \frac{\tau_m d\tau_m}{G}$$

となるから、これをべつべつに積分すると次の関係をうる。

$$\left. \begin{aligned} A_N &= \frac{\sigma_0}{V_0} \sigma_m, \quad V = V_0 \frac{\sigma_m}{\sigma_0} \\ A_S &= \frac{\lambda \sigma_0}{\mu V_0} \left\{ \lambda \mu \sigma_m - \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \right\}, \quad G = \frac{\mu V_0}{\lambda \sigma_0} \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

破壊の条件として、 $\lambda^2 A_N = A_S$ または $G=0$ より

$$\tau_m = \lambda \mu \sigma_m \dots\dots\dots (5)$$

容積変化率及び角変化率は

$$\left. \begin{aligned} e &= \int \frac{d\sigma_m}{V} = \frac{\sigma_0}{V_0} \int \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} = \frac{\sigma_0}{V_0} \ln \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0} \right) \\ \omega &= \int \frac{d\tau_m}{G} = \frac{\lambda \sigma_0}{\mu V_0} \int \frac{d\tau_m}{\sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

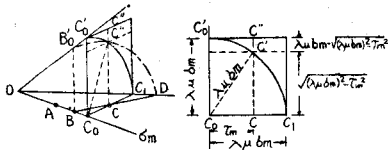
となり、従つて主歪は次のごとく表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{3} e + \frac{\sqrt{2}}{3} \cos \psi \cdot \omega \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{3} e + \frac{\sqrt{2}}{3} \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \psi \right) \cdot \omega \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{3} e + \frac{\sqrt{2}}{3} \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \psi \right) \cdot \omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

三軸試験の場合に適用すると、

$$\psi = 0, \quad \sigma_m = \sigma_0 + \sigma_L + \frac{\sigma_x}{3}, \quad \tau_m = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_x$$

図—3



ここに σ_0 は内部圧応力, σ_L は側圧, σ_x は軸差応力 (Deviator stress)

$$\frac{\lambda \mu}{\sqrt{2}} = \alpha, \quad \frac{\sigma_x}{3(\sigma_0 + \sigma_L)} = x \quad \text{とおくと} \quad V = \frac{V_0}{\sigma_0} (\sigma_0 + \sigma_L) (1+x),$$

$$G = \frac{2 \alpha V_0}{\lambda^2 \sigma_0} \sqrt{\alpha^2 (1+x)^2 - x^2} (\sigma_0 + \sigma_L)$$

となるから

$$\left. \begin{aligned} e &= \int \frac{d\sigma_m}{V} = \frac{\sigma_0}{V_0} \ln(1+x) \\ \omega &= \int \frac{d\tau_m}{G} = \frac{\lambda^2 \sigma_0}{\sqrt{2} V_0 \alpha \sqrt{1-\alpha^2}} \left\{ \sin^{-1} \alpha - \sin^{-1} \left(\alpha - \frac{1-\alpha^2}{\alpha} x \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

破壊の条件 $\tau_m = \lambda \mu \sigma_m$ から

$$x_{\max} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad \text{あるいは} \quad \sigma_{x\max} = \sigma_0 + m \sigma_L$$

を得るから $\frac{3\alpha}{1-\alpha} + m$ または $\alpha = \frac{\lambda \mu}{\sqrt{2}} = \frac{m}{3+m} \therefore x_{\max} = \frac{m}{3}$ 及び $\sigma_0 = \frac{\sigma_c}{m}$ また $\mu = \frac{\sqrt{2} m}{3+m} \cdot \frac{1}{\lambda}$

実験結果から $\lambda, \mu, \sigma_0, V_0$ などの常数を求めることができる。

またこの理論を圧密試験に応用することができる。

図—2

