

(2-8) 土の圧密及び振動伝播について

正員 早稲田大学理工学部 後 藤 正 司

圧密並びに振動伝播の考察に当つて土の力学的平衡については次のとき仮定をなした。

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = g\sigma + \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \dots\dots\dots (1) \quad -\frac{\partial \sigma}{\partial s} = r \frac{\partial x}{\partial t} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \dots\dots\dots (2)$$

ここに σ : 応力, ε : 歪, r : 減衰係数, E : 弾性係数, s : 任意点の位置, x : S 点の変位, g : クリープ係数である。(1) は relaxation を表わす Maxwell の式であり (2) は応力と慣性力との関係を表わす。(1) を (2) に代入して

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial s^2} = \frac{m}{E} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \left(mg + \frac{r}{E} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + rg\sigma \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式を得るがこれを基礎方程式として一般解並びに特殊解を求めた。

まづ $\sigma = \Phi(s) \cdot \Psi(t)$ として一般解を求めれば

$$\sigma = e^{-\alpha t} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (A_{1n} \cos \beta_n t + A_{2n} \sin \beta_n t) \cos a_n s + (B_{1n} \cos \beta_n t + B_{2n} \sin \beta_n t) \sin a_n s \}$$

及び分子速度を得る。ここに $\alpha = \frac{Eg}{2} + \frac{r}{2m}$, $\beta_n = \sqrt{\frac{Ea_n^2}{m} - \left(\frac{r}{2m} - \frac{Eg}{2} \right)^2}$ であり a_n は任意常数である。

いま s_1 なる深さの地層の表面に P なる荷重が置かれた場合を考えれば $\lambda = -\alpha \pm j\beta_n$ において $\lambda=0$ より定常項を求め得、また一般解において境界条件及び初期条件を代入して過渡項を得るから、任意点の応力は、

$$\sigma = \frac{P \cos \text{h} \sqrt{rg} (s_1 - s)}{\cos \text{h} \sqrt{rg} s_1} - \frac{2P}{s_1} \sqrt{\frac{E}{m}} e^{-\alpha t} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n\pi}{\beta_n \sqrt{4rgs_1^2 + n^2\pi^2}} \\ \times \cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\alpha}{\beta_n} \right) \sin \frac{n\pi s}{2s_1}$$

(この場合 $a_n = \frac{n\pi}{2s_1}$, n は奇数), いま定常項のみを採るとすれば任意点の歪は

$$\varepsilon = gP \frac{\cos \text{h} \sqrt{rg} (s_1 - s)}{\cos \text{h} \sqrt{rg} s_1} t$$

となる。次に振動的外力として $P = P_0 e^{j\omega t}$ を想定し応力を求めれば定常項及び過渡項の和として

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_t = P_0 e^{j\omega t} \frac{\cos \text{h} \sqrt{(\gamma + j\omega m) \left(g + j\omega \frac{1}{E} \right)} (s_1 - s)}{\cos \text{h} \sqrt{(\gamma + j\omega m) \left(g + j\omega \frac{1}{E} \right)} s_1} \\ - e^{-\alpha t} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \frac{4P_0 n\pi}{\beta_n \cdot 2s_1} \sqrt{\frac{E}{m}} \frac{\cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\alpha + j\omega}{\beta_n} \right)}{\sqrt{n^2\pi^2 + (\gamma + j\omega m) \left(g + j\omega \frac{1}{E} \right) 4s_1^2}} \right\} \sin \frac{n\pi s}{2s_1}$$

を得る。この場合 r 及び g がごく小さいとするならば波動の伝播速度並に波長と地層の深さ s_1 との関係が主な問題となつてくる。逆に r 及び g が相当大ならば定常項における圧力振巾比は単純載荷の場合に近づくことがわかる。

(2-9) 三角形分布荷重下における地盤の支持力について

正員 九州大学工学部 工博 水 野 高 明
准員 同 ○徳 光 善 治

不等分布荷重下の支持力問題は最近 E. Schultze ¹⁾, G.G. Meyerhof ²⁾ 等によつて研究されている。

著者等は不等分布荷重の特別の場合として、三角形分布荷重下の支持力について、先に発表した円形等分布荷重下の支持力計算法³⁾と同様に、Mohr 円を利用する半図式解法を用いて計算を行った。

その結果によると、支持力は相等しい全荷重に対して等分布の場合の約 1/2 に減じ、滑り面はずつと扁平となり、滑り出しの範囲も狭くなることとなった。

- 脚註 1) E. Schultze : Der Widerstand des Baugrundes gegen 'schräge Sohlspannungen, Die Bautechnik Dez. 1952.
 " 2) G.G. Meyerhof : The Bearing Capacity of Foundations under Eccentric and Inclined Loads, Proc. of The Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1953.
 " 3) T. Miguno : On the Bearing Power of Soil under an Uniformly Distributed Circular Load, 同上

(2-10) 土の塑性理論

正員 東京大学生産技術研究所 工博 星 埜 和

さきに「土のような材料の塑性変形と破壊についての基本理論」を学会論文集(昭 23)と第 2 回国際会議論文集(1948, ロッテルダム, 英文)に発表してから数年を経たが、その間に三軸試験機を試作使用してこの問題について多くの実験的事実を求めることができたので、それらの事実にもとづいてさきの理論を修正する必要性が生じてきた。土の変形と破壊の現象は思ひのほか多くの要素に支配され複雑なものであるらしく、理論の基本線をくずさずすべての新しい実験的事実を盛りこむとはきわめて困難に思われ、次に述べる一応まとまった形の改良理論もなお研究の余地が残されており、今後の研究結果にまつてさらに修正を加え、発展を図るべきものと思われる。

さきに発表した基本理論から出発して土の変形と破壊が外力によるエネルギーの増減と密接な関係をもつ点を考えに入れると、三主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, とし、その軸と等角をなす平面(E 一面)において

$$\left. \begin{aligned} \text{鉛直応力} \quad \sigma_m &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \\ \text{剪 応 力} \quad \tau_m &= \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

とおき、剪応力の方向が σ_1 軸の投影となす角を ψ とすれば、主応力は次の形に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \psi \cdot \tau_m \\ \sigma_2 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \psi \right) \cdot \tau_m \\ \sigma_3 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \psi \right) \cdot \tau_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

これに対して主歪は、歪量が小さい場合は

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \psi \frac{d\tau_m}{3G} \\ d\epsilon_2 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \psi \right) \frac{d\tau_m}{3G} \\ d\epsilon_3 &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \psi \right) \frac{d\tau_m}{3G} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式中の V は容積膨脹係数、 G は剪断変形係数で、弾性理論では常数として取扱うが、この塑性理論では V と G がエネルギーによつて変化すると考えて

$$V = \frac{A_N}{A_{N_0}} V_0, \quad G = \frac{G_0}{\lambda^2 A_{N_0}} (\lambda^2 A_N - A_S)$$

とおき、かつ $\mu^2 = G_0/V_0$ とおけば、エネルギーの変化は

図-1

