$$\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left\{\left(1+3\varepsilon\left(\frac{1}{2}-\xi\right)\right)\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}\right\}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\left\{\alpha(n-(n-1)\xi)+\beta(1-\xi)-6\lambda n^2\left(1+3\varepsilon\left(\frac{1}{2}-\xi\right)\right)\right\}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right]$$
$$+\frac{(2+\lambda)l}{g}\left\{n\alpha+\beta\left(1+\varepsilon\left(\frac{1}{2}-\xi\right)\right)\right\}\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}=0$$

ただし　　$\alpha=\dfrac{Wl^2}{2E\bar{I}}$　　$\beta=\dfrac{\bar{A}l^3w}{E\bar{I}}$

ここに　n：層数，l：全高，W：各層の担子荷重，w：柱の単位容積当り重量，λ：床と柱材の剛度比，
$\bar{I},\bar{A}$：柱の平均断面二次率，面積

が一径間に対する振動方程式である。

定断面のときでかつ $\beta\ll\alpha$ なる場合は，軸圧縮の影響のみの式として

$$\frac{\partial^4\eta}{\partial\xi^4}-\frac{\partial}{\partial\xi}\{6\lambda n^2-\alpha(n-(n-1)\xi)\}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}+\frac{nl(2+\lambda)}{2g}\alpha\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}=0$$

である。

これに対して両端 $\xi=0,1$ での境界条件として

$$\text{下端}：(\eta)_0=\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)_0=0\qquad \text{上端}：\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}\right)_0=0$$
$$\left\{6\lambda n^2\left(1-\frac{3\varepsilon}{2}\right)-\alpha\right\}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}-\left(1-\frac{3}{2}\varepsilon\right)\frac{\partial^3\eta}{\partial\xi^3}+3\varepsilon\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}=0$$

である。簡単な場合の式について摂動論を適用すれば固有値を与える式は第一近似として

$$\left.\begin{aligned}&r=r_0+\alpha r_1\\&r_1=-\int_0^1\overline{(n-1\xi)}\left(\frac{dY_0}{d\xi}\right)^2d\xi\Big/\int_0^1Y_0^2d\xi\end{aligned}\right\}$$

で与えられる。ここに $Y_0(\xi)$ は

$$\frac{d^4Y_0}{d\xi^4}-6\lambda n^2\frac{d^2Y_0}{d\xi^2}-r_0Y_0=0\quad\left(r_0=\frac{nl(2+\lambda)\alpha p^2}{2g}\right)$$
$$Y_0)_0=Y_0{}')_0=0,\quad Y_0{}'')_1=Y_0{}'''-6\lambda n^2Y_0{}')_1=0$$

を満たす固有函数の第 0 次近似であり，酒井教授により与えられたものである。このような 0 次近似によつて固有値の第一近似が得られるのである。

同様第二次近似の固有値は第一近似の固有函数を知ればよい。一般の断面についての拡張，あるいは他の仮定の修正を行う場合も簡単に影響の程度をうかがうことができる。

(1—19)　楔状体の振動性状について

正員　京都大学防災研究所　○畑　中　元　弘
同　　　　　　河　井　　敏

ダムの振動を取り扱う場合，重力ダムについては曲げ振動をするとした畑野氏の研究があり，また土ダムについては剪断振動をとするとした松村氏の研究がある。これに対して田中氏の，重力ダムのような断面では剪断変形も無視することができないのではないかとの見解がある。

本文はこの点を究明するための一資料として，対称楔状体の曲げ及び剪断を考慮した場合の振動を取り扱い，法面傾斜がことなる場合の振動性状について若干の考察を行つたものである。

基礎方程式　x 軸を鉛直下向にとり，水平方向の変位を y とすれば振動の微分方程式は次のようになる。

$$E\left(\frac{x^3}{12}\frac{\partial^7y}{\partial x^7}+\frac{5}{4}x^2\frac{\partial^6y}{\partial x^6}+5x\frac{\partial^5y}{\partial x^5}+5\frac{\partial^4y}{\partial y^4}\right)-\frac{\rho}{g}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{\frac{x^3}{12}\frac{\partial^5y}{\partial x^5}+x^2\frac{\partial^4y}{\partial x^4}\left(3-\frac{1}{\alpha^2}\right)x\frac{\partial^3y}{\partial x^3}\right.$$
$$\left.+\left(2-\frac{3}{\alpha^2}\right)\frac{\partial^2y}{\partial x^2}\right\}-\frac{\rho E}{gG}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{x^3}{12}\frac{\partial^5y}{\partial x^5}+\frac{7}{6}x^2\frac{\partial^4y}{\partial x^4}+\frac{17}{4}x\frac{\partial^3y}{\partial x^3}+\frac{15}{4}\frac{\partial^2y}{\partial x^2}\right)$$
$$+\frac{\rho^2}{g^2G}\frac{\partial^4}{\partial t^2}\left(y+\frac{7}{3}x\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{11}{12}x^2\frac{\partial^2y}{\partial x^2}+\frac{x^3}{12}\frac{\partial^3y}{\partial x^3}\right)=0\cdots\cdots(1)$$

ただし　$\alpha=d/h$，d：底巾，h：高さ

回転慣性の項を省略すると上式は次のようになる。

$$E\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+\frac{x}{2}\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}+\frac{x^2}{12}\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}\right)-\frac{\rho}{g}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{\left(-\frac{1}{\alpha^2}+\frac{E}{4G}\right)y+\frac{5}{12}\frac{E}{G}x\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{1}{12}\frac{E}{G}x^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right\}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

上式で $E\to\infty$ の場合は剪断振動に，$G\to\infty$ の場合は曲げ振動に近づく。

$z=x/h,\quad y=X(z)\sin\omega t$ とおけば

境界条件は自由振動に対して

$$\left.\begin{array}{ll}(M)_{z=0}=0, & (Q)_{x=0}=0 \\ (X)_{z=1}=0, & \dfrac{\partial y}{\partial x}=\dfrac{Q}{Gdx}\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(3)$$

となる。

また $a_0 \sin pt$ なる地動をうける場合には，上式で $(X)_{x=1}=0$ の代りに $(X)_{z=1}=a_0$ とすればよい。

いま (2) 式の解としてベキ級数を用い

$$X=\sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n \quad \cdots\cdots(4)$$

として数値計算を行い，基本振動週期及びその振動形状などと法面傾斜の関係を調べ，それぞれ曲げ振動，剪断振動のみの場合と比較した。

結果の概要 自由振動週期については $\alpha=d/h$ が小さいときは曲げ振動の週期 T_s に近づき，α が大となれば剪断振動の週期に近づく。両者の差を約1割とすると，α はそれぞれ 0.5～0.6，2.0 となり，α がこの中間では曲げ，剪断両者の影響を考える必要がある。

また振動形からは $\alpha=0.75$ で曲げ的変形を示し，$\alpha=2.5$～3 では剪断的変形を示すことがわかつたが，さらに模型実験を行つて検討を加えたいと考える。

御教示を賜わつた横尾教授に対し深謝の意を表する。

なお本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部である。

(1—20) 基礎の振動について

正員 東京大学生産技術研究所 久 保 慶 三 郎

起振機による地盤振動，波の伝播状況，砂による damping 効果等を起振機の周期，錘を変化させて調べた。

起振機からの距離が大きくなると，地盤の振動は急激に減少する。周期の小さい場合は大きい場合に比して減衰が大きくなつている。この傾向は錘が重くなるとさらにいちじるしくなつている。

起振機の力を一定にした場合は周期が小さくなるにつれて地盤の振動の振巾が増大する傾向があるように思われる。これは振動の特性によるものか，あるいは起振機の構造の欠陥によるものかは明らかでない。

起振機の基礎に種々の厚さに砂を敷いた場合について実験した結果は，周期，起振機の錘によつて砂の damping 効果が変化してくることが判明した。すなわち砂層の厚さとともに基礎地盤の振が小さくなるものではなく，錘の重いときは砂層の薄い所で振巾が最小になり，さらに砂を厚くしてゆくと振巾が増加するが，錘の軽い場合は振巾の最小になる砂層の厚さは重い場合より厚くなつている。しかしながら本実験の範囲内では砂によつて基礎の振動を小さくすることはかなり困難なことのように考えられる。というのは，砂の厚さが 25 cm くらいでは起振機の台の振動周期がそれほど変化されていないということであると思う。

以上の実験は振動記録の地震計の倍率の不適当と，起振機の構造上の欠陥とによつての範囲でしか実験できなかつたので，おそく振動する土木構造物の基礎の振動，あるいはその構造物自身の振動の解析には何等かの参考になるかと思うが，周期の早い機械の基礎の振動に対する実験についてはさらに続けて行うつもりである。
