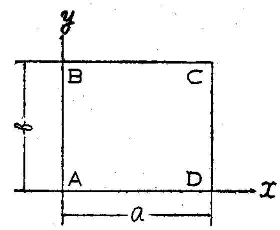
することができる。矩形 ABCD 上に分布する等布荷重による A 点の変位は



$$w=\frac{p(1-\nu^2)}{\pi E}\int_0^b dy\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

変形して

$$w=\frac{p(1-\nu^2)}{\pi E}\int_0^b \log\frac{a+\sqrt{y^2+a^2}}{y}\,dy$$

$$z=\frac{a+\sqrt{y^2+a^2}}{y},\quad y=\frac{2\,az}{z^2-1}$$ とおいて積分すると

$$w=\frac{p(1-\nu^2)}{\pi E}\left\{b\log\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{b}+a\log\frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}{a-b+\sqrt{a^2+b^2}}\right\}$$

簡単のために $\lambda=\dfrac{a}{b}$ とおくと

$$w=\frac{pb(1-\nu^2)}{\pi E}F(\lambda)$$

ただし

$$F(\lambda)=\log_e(\lambda+\sqrt{1+\lambda^2})+\lambda\log_e\left(\frac{1}{\lambda}+\sqrt{1+\frac{1}{\lambda^2}}\right)$$

縦軸上に $F(\lambda)$ を横軸上に $\log\lambda$ をとつて $F(\lambda)$ のグラフを画くと λ が 1～100 の範囲ではほとんど直線に近い曲線となる。よつて近似的に

$$F(\lambda)=\alpha+\beta\log\lambda$$

とおく。係数 α,β を λ の使用範囲を考慮に入れて $\lambda=1$ と $\lambda=10$ において正しい値になるごとく定めると $F(\lambda)$ は近似的に次式となる。

$$F(\lambda)=1.763+2.234\log_{10}\lambda$$

$\lambda=1$～10 の範囲において上式の生ずる誤差は 1.2% 以下であり，$\lambda=100$ において 1.0% である。よつて実用的には広い範囲にわたつてこの式を用いることができる。

(1—11)　板状梁の撓みに関する研究

正員　室蘭工業大学　　中　村　作　太　郎

巾に比べ厚さの薄い板状の梁については，梁の撓度理論を用うべきか，板の弾性理論を用うべきかきわめて興味ある問題である。筆者は，さきに，3種の材料すなわち鋼鉄，白樫，孟宗竹によつて作つた，巾約 1.50 cm，厚さ約 0.45 cm 支間 40 cm，の試験梁について梁の理論による撓み計算値と物理実験による撓み値との比較研究[1]，を行い，その理論について論じたのであるが，さらに，軸張力を受ける板状梁の解法とその計算法を述べんとするものである。“桁梁の弾性的撓みに関する理論的研究”と題し，すでに，第3回応用力学連合講演会において，梁の撓みに関する厳密な一般解法を発表したが，今回は，主として両端に，モーメントの働らかない板状梁の場合[2)]を取扱い，その数値解法に，次のごとき厳密な撓角決定法ともいうべき解式を用いた。すなわち軸張力の働らく板状梁において，誘導公式の結果のみあげれば，

$$\left(T-\frac{U\cdot Q}{R}\right)^2\varphi_1^{\,4}-2\left(T-\frac{U\cdot Q}{R}\right)\frac{U}{R}\varphi_1^{\,3}+\left\{\left(\frac{U}{R}\right)^2+2\left(T-\frac{U\cdot Q}{R}\right)\left(S+\frac{U\cdot P}{R}\right)+\frac{Q}{R}\right\}\varphi_1^{\,2}$$
$$+\left\{\frac{1}{R}-2\frac{U}{R}\left(S-\frac{U\cdot P}{R}\right)\right\}\varphi_1+\left(S+\frac{U\cdot P}{R}\right)^2-\frac{P}{R}=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\varphi_2=\sqrt{\frac{P-Q\cdot\varphi_1^{\,2}-\varphi_1}{R}} \quad\cdots\cdots(2)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}P=&\frac{\delta}{F_7}\frac{h}{2\,l}\left[\left\{\frac{1}{\delta}+\left(\xi l-\frac{1}{\delta}+1\right)F_8\right\}+\left\{\frac{1}{\delta}-\left(1+\frac{1}{\delta}\xi l-\frac{1}{\delta}\right)F_8\right\}\right]\\&-\frac{\delta}{kF_7\beta}\frac{P}{Xl}\left[X\left(F_8-2\frac{\beta}{\delta}\right)\{F_1(l-a_1)-F_2a_1\}-\xi kF_8\left\{(l-a_1)\left(F_1-3\,a_1-\frac{\beta}{\xi}\right)\right.\right.\\&\left.\left.+a_1\left(F_2-l+a_1+\frac{\alpha}{\xi\gamma}\right)\right\}\right]\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&Q=\frac{\delta}{F_7}\cdot\frac{h}{4l}\left\{\frac{1}{\delta}+\left(\xi l-\frac{1}{\delta}+1\right)F_8\right\}\\
&R=\frac{\delta}{F_7}\cdot\frac{h}{4l}\left\{\frac{1}{\delta}-\left(1+\frac{1}{\delta}\xi l-\frac{1}{\delta}\right)F_8\right\}\\
&S=\frac{P}{Xkl}\frac{\delta}{\beta}\left\{X(F_1 l-F_1 a_1-F_2\cdot a_1)-\xi k(l-a_1)\left(F_1-3a_1-\frac{\beta}{\xi}\right)\right.\\
&\qquad\left.-\xi k a_1\left(F_2-l+a_1+\frac{\alpha}{\xi\gamma}\right)\right\}-\frac{h}{2l}(\delta-1)\xi l\\
&T=\frac{h\delta}{4l}\left(\xi l-\frac{1}{\delta}+1\right),\qquad U=\frac{h\delta}{4l}\left(1+\frac{1}{\delta}\xi l-\frac{1}{\delta}\right)\\
&F_1=2a_1+\frac{\alpha}{2\xi}+\frac{\beta}{2\xi},\qquad F_2=2(l-a_1)-\frac{\alpha}{2\xi\gamma}-\frac{\beta}{2\xi\delta},\\
&F_3=\frac{\beta}{2}-\frac{\alpha}{2}-2,\qquad F_4=\frac{\beta}{2\delta}-\frac{\alpha}{2\gamma}-2,\\
&F_5=\alpha\left(\xi l+\frac{1}{\gamma}-1\right)-\beta\left(\xi l-\frac{1}{\delta}+1\right),\quad F_6=\alpha\left(1-\frac{l}{\gamma}\xi-\frac{1}{\gamma}\right)+\beta\left(1+\frac{l}{\delta}\xi-\frac{1}{\delta}\right),\\
&F_7=\alpha-\beta,\qquad F_8=\frac{\beta}{\delta}+\frac{\alpha}{\gamma},\qquad F_9=-a_1+\frac{\alpha}{2\xi}-\frac{\beta}{2\xi},\\
&F_{10}=(l-a_1)+\frac{\alpha}{2\xi\gamma}-\frac{\beta}{2\xi\delta},\qquad F_{11}=\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}-1,\\
&F_{12}=\frac{\alpha}{2\gamma}+\frac{\beta}{2\delta}-1,\qquad F_{13}=\alpha\left(\xi l+\frac{1}{\gamma}-1\right)+\beta\left(\xi l-\frac{1}{\delta}+1\right)\\
&F_{14}=\alpha\left(1-\frac{1}{\gamma}\xi l-\frac{1}{\gamma}\right)-\beta\left(1+\frac{1}{\delta}\xi l-\frac{1}{\delta}\right)
\end{aligned}
\right\}\cdots(4)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha=\cos h\xi a_1+\sin h\xi a_1,\ \beta=\cos h\xi a_1-\sin h\xi a_1\\
&\gamma=\cos h\xi l+\sin h\xi l,\ \delta=\cos h\xi l-\sin h\xi l\\
&k=\xi KI,\qquad \xi=\sqrt{\frac{X}{KI}},\qquad \omega=\frac{l}{2}\xi,\ \xi=\omega\cdot\frac{2}{l}
\end{aligned}
\right\}\cdots(5)
$$

上式において　X：軸張力，　l：梁の支間，　$K=E\left\{1+\dfrac{X}{EA}\right\}$，　E：弾性係数，
A：梁の断面積，　h：梁の厚さ，　a_1：左支点から荷重（P）の作用点までの距離　…(6)

いま，鋼鉄，白樫，孟宗竹の3種の材質の板状梁（巾約 1.50 cm，厚さ約 0.45 cm，支間 40 cm）について，各種の計算表を作つて，従来用いられている梁の撓度理論による場合とその結果を比較し，さらに，今後，板の弾性理論による結果とも比較論究せんとするものである。

1)　脚註　第2回応用力学連合講演会にて発表。
2)　〃　撓みの式は誘導の結果次のごとくである。

$$
\left.
\begin{aligned}
&y=\frac{\cos h\xi x+\sin h\xi x}{2}\left\{\frac{-1}{X}\cdot\frac{P(1-\varepsilon)}{\xi}-\frac{h}{2}\left(1-\frac{1}{\xi l}\right)\cos\varphi_1-\frac{h}{2\xi l}\cos\varphi_2+\frac{\varphi_1}{\xi}\right\}\\
&\quad+\frac{\cos h\xi x-\sin h\xi x}{2}\left\{\frac{1}{X}\frac{P(1-\varepsilon)}{\xi}-\frac{h}{2}\left(1+\frac{1}{\xi l}\right)\cos\varphi_1+\frac{h}{2\xi l}\cos\varphi_2-\frac{\varphi_1}{\xi}\right\}\\
&\quad+\frac{P(1-\varepsilon)}{X}x+\frac{h}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots 0\leqq x\leqq a_1\\
&y=\frac{\cos h\xi x+\sin h\xi x}{2(\cos h\xi l+\sin h\xi l)}\left\{\frac{1}{X}\frac{P\varepsilon}{\xi}+\frac{h}{2\xi l}\cos\varphi_1-\frac{h}{2}\left(1+\frac{1}{\xi l}\right)\cos\varphi_2-\frac{\varphi_2}{\xi}\right\}\\
&\quad+\frac{\cos h\xi x-\sin h\xi x}{2(\cos h\xi l-\sin h\xi l)}\left\{\frac{-1}{X}\frac{P\varepsilon}{\xi}-\frac{h}{2\xi l}\cos\varphi_1-\frac{h}{2}\left(1-\frac{1}{\xi l}\right)\cos\varphi_2+\frac{\varphi_2}{\xi}\right\}\\
&\quad+\frac{P\varepsilon(l-x)}{X}+\frac{h}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots a_1\leqq x\leqq l\\
&\text{ただし}\quad a_1=\varepsilon l,\ l-a_1=(1-\varepsilon)l
\end{aligned}
\right\}\cdots(7)
$$