

$$\zeta_1^{(r)} = + \frac{b^2}{a^2} \sum \frac{1}{n^3 \pi^3} \left\{ 3(H_{n\frac{1}{2}}^{(1)} - r + 2A_n^{(r)} + H_{n\frac{1}{2}}^{(1)} - r + 3B_n^{(r)}) - \frac{1}{2}(H_{n\frac{1}{2}}^{(1)} - r + 2C_n^{(r)} + H_{n\frac{1}{2}}^{(1)} - r + 3D_n^{(r)}) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \cdots (2)$$

上式中 $\zeta_0^{(1)}$, $\zeta_0^{(2)}$, …… $\zeta_0^{(r)}$ はそれぞれ等分布荷重の場合の値を示し版に任意の荷重が載荷した場合も同様に表わすことができる。

また上式中の $H_{n\frac{1}{2}}^{(1)}$, $H_{n\frac{1}{2}}^{(1)}$, $H_{n\frac{1}{2}}^{(1)} - r + 1$, ……などは双曲線函数であつて、式中の $\zeta_0^{(1)}$, $\zeta_1^{(1)}$, …… $\zeta_0^{(r)}$, $\zeta_1^{(r)}$ はそれぞれ版の撓曲方程式を完全に満足することが証明できる。

なお $\zeta_1^{(1)}$, $\zeta_2^{(2)}$, …… $\zeta_r^{(r)}$ 中の $A_n^{(1)}$, $A_n^{(r)}$, $B_n^{(1)}$, $B_n^{(r)}$, $C_n^{(1)}$, $C_n^{(r)}$, $D_n^{(1)}$, $D_n^{(r)}$ はそれぞれ版の端条件及び版の連続条件より求められる未定係数である。また式中の K_1^2 , K_2^2 , …… K_r^2 はそれぞれ版の撓曲剛率で常数である。

(3-9) 水面上に浮動する無限版の振動(第2報)

正員 金沢大学工学部 工博 喜 内 敏

第1報(第7回年次学術講演会, 昭.26)で求めた撓み振動の基礎式を用いて, 単一集中荷重が衝撃として作用する場合及び等速度で移動しながら作用する場合を調べた。以下それぞれの場合の強制振動の式を示す。

(1) 単一の衝撃 Q が原点に作用するとき

$$\omega = \frac{Q}{\pi^2} \frac{g}{\gamma} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{Ef} \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \exp(-at) \sin(ft) \cos(\alpha x + \beta y) d\alpha d\beta,$$

(2) 一定荷重 Q が y 軸上を等速度 v にて版上を移動するとき

$$\begin{aligned} \omega = \frac{Q}{2\pi^2} \frac{g}{\gamma} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{Ef} \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) & \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + (f + \beta v)^2}} \left[\sin\left\{(\alpha x + \beta y) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \beta vt + \tan^{-1}\left(\frac{f + \beta v}{\alpha}\right)\right\} - \exp(-at) \sin\left\{(\alpha x + \beta y) + ft + \tan^{-1}\left(\frac{f + \beta v}{\alpha}\right)\right\} \right] \\ & + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + (f - \beta v)^2}} \left[\sin\left\{-(\alpha x + \beta y) + \beta vt + \tan^{-1}\left(\frac{f - \beta v}{\alpha}\right)\right\} - \exp(-at) \right. \\ & \left. \left. \times \sin\left\{-(\alpha x + \beta y) + ft + \tan^{-1}\left(\frac{f - \beta v}{\alpha}\right)\right\} \right] \right] d\alpha d\beta, \end{aligned}$$

(3) 単一荷重 $Q \exp(-st) \cos(\alpha_1 t + \alpha_2)$ が y 軸上を等速度 v で版上を移動するとき

$$\begin{aligned} \omega = \frac{Q}{4\pi^2} \frac{g}{\gamma} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{Ef} \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) & \left[\frac{1}{k_1} \left[\exp(-st) \sin\left\{l_1 + \tan^{-1}(n_1/d)\right\} \right. \right. \\ & \left. \left. - \exp(-at) \sin\left\{m_1 + \tan^{-1}(n_1/d)\right\} \right] + \frac{1}{k_2} \left[\exp(-st) \sin\left\{l_2 + \tan^{-1}(n_2/d)\right\} \right. \right. \\ & \left. \left. - \exp(-at) \sin\left\{m_2 + \tan^{-1}(n_2/d)\right\} \right] - \frac{1}{k_3} \left[\exp(-st) \sin\left\{l_3 - \tan^{-1}(n_3/d)\right\} \right. \right. \\ & \left. \left. + \exp(-at) \sin\left\{m_3 + \tan^{-1}(n_3/d)\right\} \right] - \frac{1}{k_4} \left[\exp(-st) \sin\left\{l_4 - \tan^{-1}(n_4/d)\right\} \right. \right. \\ & \left. \left. + \exp(-at) \sin\left\{m_4 + \tan^{-1}(n_4/d)\right\} \right] \right] d\alpha d\beta, \end{aligned}$$

ここに各記号はそれぞれ次のものを示す。

ω : 版の撓み, γ : 水の単位体積の重量, g : 重力の加速度, H : 水の深さ, ρ : 版の単位体積の重量, h : 版の厚さ
 k : 版の減衰係数, E : 版のヤング係数, σ : 版のポアソン比, $N = Eh^3/[12(1-\sigma^2)]$,

$$E = 1 + \frac{\rho h}{\gamma} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}), \quad F = k \frac{\rho h}{\gamma} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}),$$

$$G = \left\{ 1 + \frac{N}{\gamma} (\alpha^2 + \beta^2)^2 \right\} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} g \tanh(H\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}), \quad a = F/E, \quad b = \sqrt{G/E}.$$

$$\begin{aligned}
 f &= \sqrt{b^2 - a^2}, \quad d = a - s, \quad k_1 = \{d^2 + (f - \alpha_1 + \beta v)^2\}^{1/2}, \quad k_2 = \{d^2 + (f - \alpha_1 - \beta v)^2\}^{1/2}, \\
 k_3 &= \{d^2 + (f + \alpha_1 + \beta v)^2\}^{1/2}, \quad k_4 = \{d^2 + (f + \alpha_1 - \beta v)^2\}^{1/2}, \quad l_1 = (\alpha x + \beta y) + (\alpha_1 - \beta v)t + \alpha_2, \\
 l_2 &= -(\alpha x + \beta y) + (\alpha_1 + \beta v)t + \alpha_2, \quad m_1 = (\alpha x + \beta y) + \alpha_2 + ft, \quad m_2 = -(\alpha x + \beta y) + \alpha_2 + ft, \\
 m_3 &= (\alpha x + \beta y) - \alpha_2 + ft, \quad m_4 = -(\alpha x + \beta y) - \alpha_2 + ft, \quad n_1 = f - \alpha_1 + \beta v, \\
 n_2 &= f - \alpha_1 - \beta v, \quad n_3 = f + \alpha_1 + \beta v, \quad n_4 = f + \alpha_1 - \beta v,
 \end{aligned}$$

なお、本研究は27年度文部省科学研究費によるものの一部であり、深甚の謝意を表する。

(3-10) 中空円筒殻体構造物の強制振動

正員 北海道大学工学部 工博 酒 井 忠 明

配水塔、調圧水槽及びサイロ等のごとき中空円筒殻体構造物の地震応力計算には従来適切な解式がなかつたので、著者は弾性学において熟知なる中空円筒殻体に関する3次元連立運動方程式を解いて一般解式並びに実用応力計算式を求めた。下部固定端より x なる点における水平断面内の単位面積に対する曲げ応力、垂直応力、radial方向の剪断応力及び切線方向の剪断応力をそれぞれ σ_{G1} , σ_{T1} , τ_{N1} 及び τ_{S1} とすればこれ等の最大応力実用計算式は(図-1参照)

$$\begin{aligned}
 \sigma_{G1} &= \frac{Ae^{-\beta x}}{1-\sigma^2} \left[2\sqrt[3]{3} \sqrt{\frac{t}{d}} \cos \beta x + \frac{2(2+\sigma)}{\sqrt[3]{3}} \frac{t}{d} \sqrt{\frac{t}{d}} \sin \beta x \right] E\sqrt{\alpha} c(1+L) \\
 \sigma_{T1} &= \frac{A}{1-\sigma^2} \left[2Ead c^2 \left(1 - \frac{x}{cd}\right)^2 (1+L') \right. \\
 &\quad \left. - 2(1-2\sigma) \left(\frac{1}{3}\right)^{3/4} e^{-\beta x} \cos \beta x E\sqrt{\alpha} \frac{t}{d} \sqrt{\frac{t}{d}} c(1+L) \right] \\
 \tau_{N1} &= \frac{Ae^{-\beta x}}{1-\sigma^2} \left[\sqrt{\frac{2}{3}} (1-\sigma^2) (\cos \beta x + \sin \beta x) \frac{t}{d} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sqrt{2}}{3} (3+\sigma) (\cos \beta x - \sin \beta x) \left(\frac{t}{d}\right)^2 E\sqrt{\alpha} c(1+L) \right] \\
 \tau_{S1} &= A \left[\frac{2}{1+\sigma} Ead \left(1 - \frac{x}{cd}\right) (1+L'') - \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} (\cos \beta x + \sin \beta x) \frac{t}{d} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\sqrt{2}}{6} (5+\sigma) (\cos \beta x - \sin \beta x) \left(\frac{t}{d}\right)^2 \right\} e^{-\beta x} E\sqrt{\alpha} (1+L) \right] c
 \end{aligned}$$

$$\text{ただし } L = \sqrt{2} d \sqrt{\alpha} + \frac{2}{3} \alpha c^2 d^2 (c^2 + 3)$$

$$L' = \frac{2}{3} \alpha c^2 d^2 (c^2 + 3), \quad L'' = \frac{2}{3} \alpha d^2 (c^4 + 3c^2 - 3)$$

式中 d : 直径, t : 壁厚, l : 高さ, $c = l/d$, E : 材料の弾性係数, σ : 材料のポアソン比, A : 地動の振幅,

$$\alpha = \frac{qp^2}{gE}, \quad \beta = \frac{\sqrt[4]{12V(1-\sigma)}}{\sqrt{dt}}$$

q : 材料の単位体積重量, p : 地動の角速度すなわち $p = 2\pi/T$, T : 地動の周期, g : 重力加速度。

なお K を地震の震度とすれば上式中 $AE\alpha = qK$, $AE\sqrt{\alpha} = \sqrt{AEqK}$

この応力実用計算式は $c < 1/\sqrt[4]{8\alpha\sqrt{d}}$ の場合、相当の精度を期待でき、また近似計算特に直径が3~5m程度、地動の周期が0.5 sec 以上の場合には L, L', L'' はいずれも省略して差支えない。また式に含まれる

$2AEad c^2 \left(1 - \frac{x}{cd}\right)^2$ 及び $2AEad \left(1 - \frac{x}{cd}\right)$ は中空円形断面を有する片持梁が qAp^2/g なる震力を静的に受け

るものと考えた場合の普通の曲げ応力並びに最大剪断応力を表わす。

終りに各種寸法のものについて応力計算を行い、十勝沖地震によるサイロ被害の弾性学的検討をした。なお本研究には文部省科学研究費の補助を受けたことを附記する。

