(3—8) 弾性梁に支持される連続版の解法について

正員　北海道開発局土木試験所　　岡　元　北　海

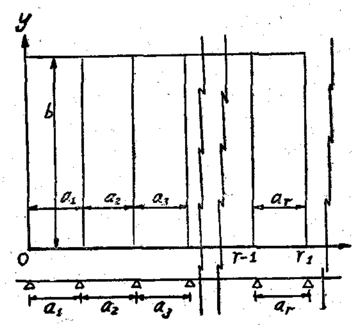
要旨　従来版の研究はほとんど1個の版が種種の境界条件を有する場合を取扱つてきたのであるが実際に用いられている版の実例をみると連続していることが多く，またその連続点で梁により弾性的に支持されている場合が多い。筆者は相対する2辺で単純に支持された版が中間で弾性梁に支えられている場合の一般解法を試み，その解法の単純化をはかつた。なお従来の解法においては弾性梁の振り剛さを考慮してないが本解法においてはこれを考えに入れ，かつ2軸方向における彎曲剛率が不等な平版について解析を行つた。従つてこの版の計算に当つて仮定した事項は次のとおりである。

i) 版は薄くその撓みは厚さに比較して小さい。

ii) 版は相対する2辺で単純支持されている。なおこの2辺と直角の方向にある間隔をおいて単純梁で支持され，梁と版は接合辺に沿うて等しい撓みをなし版は梁からまた隅で浮上ることのないように支持されている。

平版の基本公式の誘導　図—1 において x 軸に平行な辺すなわち，$y=0$ 及び $y=b$ なる辺で単純に支持され $x=0$, $x=a_1$, $x=a_2$, ………$x=a_r$…… なる辺で弾性梁に支持されるとすれば，任意の点における撓度 ζ は次式をもつて表わすことができる。

図—1



$$\zeta=\frac{Pb^4}{N_x}\zeta,\qquad \zeta=\zeta_0+\zeta_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

ただし P：定数，N_x：版の剛度，ζ_0 は荷重状態により定まり ζ_1 は平版の境界条件により定まる。よつて ζ_0 及び ζ_1 は各正域により次のごとく表わされる。

$0\leqq\dfrac{x}{a_1}\leqq 1$

$$\zeta_0^{(1)}=\{1-(-1)^n\}\Sigma\frac{1}{n^5\pi^5}\left\{\frac{2}{K_1{}^2}+(H_{n\xi}^{(1)}+H_{n1-\xi}^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$$\zeta_1^{(1)}=-\frac{b^2}{a_1{}^2}\Sigma\frac{1}{n^3\pi^3}\left\{3(H_{n\xi}^{(1)}A_n^{(1)}-H_{n1-\xi}^{(1)}B_n^{(1)})+\frac{1}{2}(H_{n\xi}^{(1)}C_n^{(1)}-H_{n1-\xi}^{(1)}D_n^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$1\leqq\dfrac{x}{a_2}\leqq 2$

$$\zeta_0=-\{1-(-1)^n\}\Sigma\frac{1}{n^5\pi^5}\left\{\frac{2}{K_2{}^2}+(H_{n\xi}^{(1)}-H_{n\xi-1}^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$$\zeta_1^{(1)}=+\frac{b^2}{a_2{}^2}\Sigma\frac{1}{n^3\pi^3}3(H_{n\xi}^{(1)}A_n^{(2)}+H_{n\xi-1}^{(1)}B_n^{(2)})-\frac{1}{2}(H_{n\xi}^{(1)}C_n^{(2)}+H_{n\xi-1}^{(1)}D_n^{(2)})\Big\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$2\leqq\dfrac{x}{a_3}\leqq 3$

$$\zeta_0=\{1-(-1)^n\}\Sigma\frac{1}{n^5\pi^5}\left\{\frac{2}{K_2{}^2}+(H_{n\xi}^{(1)}-H_{n\xi-2}^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$$\zeta_1^{(1)}=+\frac{b^2}{a_3{}^2}\Sigma\frac{1}{n^3\pi^3}\left\{3(H_{n\xi-2}^{(1)}A_n^{(3)}+H_{n\xi-1}^{(1)}B_n^{(3)})-\frac{1}{2}(H_{n\xi-2}^{(1)}C_n^{(3)}+H_{n\xi-1}^{(1)}D_n^{(3)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

一般に $r-1$ 及び r 番目の梁の間の版の撓度は次のごとく表わされる。

$r-1\leqq\dfrac{x}{a_r}\leqq r$（$r$ が奇数の時）（$r\geqq 3$）

$$\zeta_0^{(r)}=\{1-(-1)^n\}\Sigma\frac{1}{n^5\pi^5}\left\{\frac{2}{K_r{}^2}+(H_{n\xi-r+1}^{(1)}-H_{n\xi-r+2}^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$$\zeta_1^{(r)}=+\frac{b^2}{a_r{}^2}\Sigma\frac{1}{n^3\pi^3}\left\{3(H_{n\xi-r+1}^{(1)}A_n^{(r)}+H_{n\xi-r+2}^{(1)}B_n^{(r)})-\frac{1}{2}(H_{n\xi-r+1}^{(1)}C_n^{(3)}+H_{n\xi-r+2}^{(1)}D_n^{(3)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

r が偶数の時（$r\geqq 4$）

$$\zeta_0^{(r)}=-\{1-(-1)^n\}\Sigma\frac{1}{n^5\pi^5}\left\{\frac{2}{K_r{}^2}+(H_{n\xi-r+2}^{(1)}-H_{n\xi-r+3}^{(1)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y$$

$$\zeta_1^{(r)}=+\frac{b^2}{a^2}\Sigma\frac{1}{n^3\pi^3}\left\{3(H_{n\xi-r+2}^{(1)}A_n^{(r)}+H_{n\xi-r+3}^{(1)}B_n^{(r)})-\frac{1}{2}(H_{n\xi-r+2}^{(1)}C_n^{(r)}+H_{n\xi-r+3}^{(1)}D_n^{(r)})\right\}\sin\frac{n\pi}{b}y\cdots(2)$$

上式中 $\zeta_0^{(1)}$, $\zeta_0^{(2)}$, ……… $\zeta_0^{(r)}$ はそれぞれ等分布荷重の場合の値を示し版に任意の荷重が載荷した場合も同様に表わすことができる。

また上式中の $H_{n\xi}^{(1)}$, $H_{n\xi}^{(1)}$ $H_{n\xi-r+1}^{(1)}$, ……などは双曲線函数であつて, 式中の $\zeta_0^{(1)}$, $\zeta_1^{(1)}$……$\zeta_0^{(r)}$, $\zeta_1^{(r)}$はそれぞれ版の撓曲方程式を完全に満足することが証明できる。

なお $\zeta_1^{(1)}$, $\zeta_2^{(2)}$…… $\zeta_r^{(r)}$ 中の $A_n^{(1)}\cdots A_n^{(r)}$, $B_n^{(1)}\cdots\cdots B_n^{(r)}$, $C_n^{(1)}\cdots\cdots C_n^{(r)}$, $D_n^{(1)}\cdots\cdots D_n^{(r)}$はそれぞれ版の端辺条件及び版の連続条件より求められる未定係数である。また式中の K_1^2, K_2^2……K_r^2 はそれぞれ版の彎曲剛率で常数である。

(3—9)　水面上に浮動する無限版の振動(第2報)

正員　金沢大学工学部　工博　喜　内　敏

第1報 (第7回年次学術講演会, 昭. 26) で求めた撓み振動の基礎式を用いて, 単一集中荷重が衝撃として作用する場合及び等速度で移動しながら作用する場合を調べた。以下それぞれの場合の強制振動の式を示す。

(1)　単一の衝撃 Q が原点に作用するとき

$$\omega=\frac{Q}{\pi^2}\ \frac{g}{\gamma}\iint_0^\infty\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{Ef}\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2})\exp(-at)\sin(ft)\cos(\alpha x+\beta y)d\alpha d\beta,$$

(2)　一定荷重 Q が y 軸上を等速度 v にて版上を移動するとき

$$\omega=\frac{Q}{2\pi^2}\ \frac{g}{\gamma}\iint_0^\infty\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{Ef}\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2})\Bigg[\frac{1}{\sqrt{a^2+(f+\beta v)^2}}\Bigg[\sin\Big\{(\alpha x+\beta y)$$
$$-\beta vt+\tan^{-1}\Big(\frac{f+\beta v}{a}\Big)\Big\}-\exp(-at)\sin\Big\{(\alpha x+\beta y)+ft+\tan^{-1}\Big(\frac{f+\beta v}{a}\Big)\Big\}\Bigg]$$
$$+\frac{1}{\sqrt{a^2+(f-\beta v)^2}}\Bigg[\sin\Big\{-(\alpha x+\beta y)+\beta vt+\tan^{-1}\Big(\frac{f-\beta v}{a}\Big)-\exp(-at)$$
$$\times\sin\Big\{-(\alpha x+\beta y)+ft+\tan^{-1}\Big(\frac{f-\beta v}{a}\Big)\Big\}\Bigg]\Bigg]d\alpha d\beta,$$

(3)　単一荷重 $Q\exp(-st)\cos(\alpha_1 t+\alpha_2)$が y 軸上を等速度 v で版上を移動するとき

$$\omega=\frac{Q}{4\pi^2}\ \frac{g}{\gamma}\iint_0^\infty\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{Ef}\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2})\Bigg[\frac{1}{k_1}\Bigg[\exp(-st)\sin\Big\{l_1+\tan^{-1}(n_1/d)\Big\}$$
$$-\exp(-at)\sin\Big\{m_1+\tan^{-1}(n_1/d)\Big\}\Bigg]+\frac{1}{k_2}\Bigg[\exp(-st)\sin\Big\{l_2+\tan^{-1}(n_2/d)\Big\}$$
$$-\exp(-at)\sin\Big\{m_2+\tan^{-1}(n_2/d)-\frac{1}{k_3}\Bigg[\exp(-st)\sin\Big\{l_2-\tan^{-1}(n_3/d)\Big\}$$
$$+\exp(-at)\sin\Big\{m_3+\tan^{-1}(n_3/d)\Big\}\Bigg]-\frac{1}{k_4}\Bigg[\exp(-st)\sin\Big\{l_1-\tan^{-1}(n_4/d)\Big\}$$
$$+\exp(-at)\sin\Big\{m_4+\tan^{-1}(n_4/d)\Big\}\Bigg]\Bigg]d\alpha d\beta,$$

ここに各記号はそれぞれ次のものを示す。

ω : 版の撓み, γ : 水の単位体積の重量, g : 重力の加速度, H : 水の深さ, ρ : 版の単位体積の重量, h : 版の厚さ k : 版の減衰係数, E : 版のヤング係数, σ : 版のポアソン比, $N=Eh^3/\{12(1-\sigma^2)\}$,

$$E=1+\frac{\rho h}{\gamma}\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}),\quad F=k\frac{\rho h}{\gamma}\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}),$$

$$G=\Big\{1+\frac{N}{\gamma}(\alpha^2+\beta^2)^2\Big\}\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\,g\tanh(H\sqrt{\alpha^2+\beta^2}),\quad a=F/E,\quad b=\sqrt{G/E}$$