(4–18)　橋の振動エネルギーの隣接径間への逸散について

正員　東京大学生産技術研究所　工博　岡　本　舜　三

橋桁の振動を制御する減衰力として通常あげられるものはその橋桁に関するもの及びそれを支持している下部構造に関するものであるが，著者が最近行つた振動試験に於ては隣接径間へのエネルギー逸散がかなりあることが認められた。即ち実測の際に橋桁トラスは車輛が未だ隣接径間上を走行するうちから既に振動しているのが認められたが，これは相隣るトラスが静力学的には絶縁されているけれども動的作用に対しては橋脚や高欄等により結ばれているからである。このことは橋桁の振動エネルギーが隣接径間に向つて逸散することを示すものでこれも亦振動減衰の一因となるものである。したがつて梁の振動減衰はそれが単径間橋梁として用いられる場合と多径間橋梁として用いられる場合とでは異なつた様子を呈すべく，ひいては衝撃係数に対しても多少の差異を生ずることになるであろう。この問題の数理的解析には両径間トラスの動的連結機構が明らかにされねばならないが，実際にはその点が不分明であるので已むなくある種の抽象的結合を想定し，定性的研究を行うことにした。ここに共通の橋脚をもつ2個の単純梁を考える。両者は同一構造でその他端は完全に剛なる橋台上に固定鉸によつて支持されているとする。今一方の梁が中央部における初速 v_0 を以て振動をはじめたときその振動の減衰について考察する。振動制動力として梁材料の内部的な摩擦と橋脚及びその基礎の吸集とを考える。前者は振動速度に比例するが後者の性質は明らかでない。しかし妹沢博士の理論的研究の結果等を考慮してここではやはり振動速度に比例するものと仮定する。第1径間のみが初速 v_0 を以て振動しはじめる運動を次の2個の運動の重合と考える。

（A）　第1第2両径間とも下向に $v_0/2$ なる初速を以て振動しはじめる運動。

（B）　第1径間は下向に第2径間は上向に夫々 $v_0/2$ なる初速を以て振動しはじめる運動。

（A）なる運動は橋脚に振動的軸力を与えるからこの運動には橋脚が干与する。（B）なる運動では両径間から橋脚に伝わる軸力が打消し合うので橋脚は運動に干与しない。このために（A）（B）両振動の振動数には僅かの差があり唸の現象を生じ第1径間のもつエネルギーが第2径間に移行することになる。この現象は2本吊振子として一般力学ではよく知らるゝ所であるが同じ現象が橋梁振動においても生じなければならない。

この考のもとに計算を進めると第1径間中央点の撓みは次の結果に達する。

$$y_0=\frac{T_1 v_0}{2\pi}g(t)\sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}+\varepsilon\right)$$

但し

$$g(t)=\frac{1}{2}e^{-\frac{\Delta_1 t}{T_1}}\left(1+2e^{-\frac{2\Delta_2 T_2 Kt}{T_1^2}}\cos\frac{2\pi K}{T_1}t+e^{-\frac{4\Delta_2 T_2 Kt}{T_1^2}}\right)^{1/2}$$

Δ_1, Δ_2, T_1, T_2 は夫々梁及び橋脚の単独に振動する場合の対数減衰度及び自己振動週期，$2\pi K/T_1$ は（A）（B）両円振動数の差，ε は位相差で時間の函数である。

(4–19)　橋トラスの固有振動に関する一研究

正員　京都大学工学部　○小　西　一　郎

准員　京都大学工学部　山　田　善　一

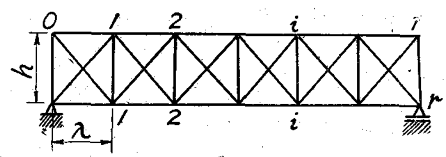
平行弦トラス橋の固有振動週期を計算する1方法を提案し，トラス橋の剛性につき考察した。

1．平行弦トラス橋の固有振動週期を計算するにあたり，その振動形状を上弦節点，下弦節点につきそれぞれ水平，鉛直両方向に次式 (1) または (2) に示すように仮定し，トラスを自由度4の連成振動と考える。

$$
\left.\begin{aligned}
u_i{}^l &= \left(1-\cos\frac{x_i\pi}{l}\right)q_{x_1} \\
u_i{}^u &= q_{x_1}+q_{x_2}\cos\frac{x_i\pi}{l} \\
v_i{}^l &= q_{y_1}\sin\frac{x_i\pi}{l} \\
v_i{}^u &= q_{y_2}\sin\frac{x_i\pi}{l}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
u_i{}^l &= \frac{x_i}{l}q_{x_1} \\
u_i{}^u &= \frac{x_i}{l}q_{x_1}+\left(\frac{1}{2}-\frac{x_i}{l}\right)q_{x_2} \\
v_i{}^l &= q_{y_1}\sin\frac{x_i\pi}{l} \\
v_i{}^u &= q_{y_2}\sin\frac{x_i\pi}{l}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)
$$

図—1



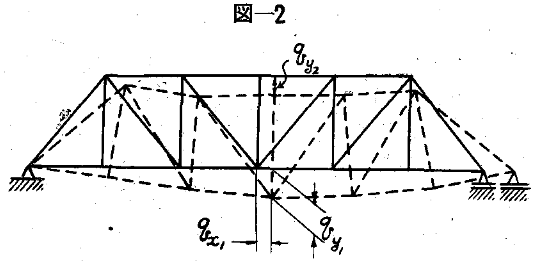
その位置エネルギーは，図—1 に示すようなトラスに対して，

$$
\begin{aligned}
2V &= k_{11}q_{x_1}{}^2+k_{22}q_{x_2}{}^2+k_{33}q_{y_1}{}^2+k_{44}q_{y_2}{}^2 \\
&\quad +2k_{12}q_{x_1}q_{x_2}+2k_{13}q_{x_1}q_{y_1}+2k_{14}q_{x_1}q_{y_2} \\
&\quad +2k_{23}q_{x_2}q_{y_1}+2k_{24}q_{x_2}q_{y_2}+2k_{34}q_{y_1}q_{y_2} \cdots\cdots(3)
\end{aligned}
$$

運動エネルギーについては，トラスの重量がすべて各節点に集中したものと考えると，

$$
\begin{aligned}
2T &= m_{11}\dot{q}_{x_1}{}^2+m_{22}\dot{q}_{x_2}{}^2+m_{33}\dot{q}_{y_1}{}^2 \\
&\quad +m_{44}\dot{q}_{y_2}{}^2+2m_{12}\dot{q}_{x_1}\dot{q}_{x_2} \cdots\cdots\cdots\cdots(4)
\end{aligned}
$$

図—2



こゝに時間函数 $q_{x_1}, q_{x_2}, q_{y_1}, q_{y_2}$ はこの振動系に対する一般坐標で，具体的には図—2 に示すような値である。q_{x_2} は上，下弦材断面積の異るために生ずる応力の相違による変位を補正するためのものである。

式 (3)，(4) に示される T 及び V を Lagrange の運動方程式に入れ，この場合単純な単振動について考えればよいから，

$$q_i = A_i\cos(pt+\phi), \qquad (i=x_1, x_2, y_1, y_2)$$

を入れて A_i を消去すれば，振動数方程式として

$$
\Delta(p^2)=\begin{vmatrix}
(m_{11}p^2-k_{11}) & (m_{12}p^2-k_{12}) & -k_{13} & -k_{14} \\
(m_{12}p^2-k_{12}) & (m_{22}p^2-k_{22}) & -k_{23} & -k_{24} \\
-k_{13} & -k_{23} & (m_{33}p^2-k_{33}) & -k_{34} \\
-k_{14} & -k_{24} & -k_{34} & (m_{44}p^2-k_{44})
\end{vmatrix}=0
$$

を得る。これを p^2 に関する4次方程式として解けば，その最小の根が基本型振動に対する円振動数である。

以上はピン結合トラスに対する考察であるが，次に剛節トラスについて同様に Rayleigh の方法によつて固有振動数を求める。

2. 以上の方法により，枚方大橋について数値計算を行い，従来の計算方法である Federhofer, Pohlhausen 両方法の結果と比較し，その精度について吟味した。

本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部である。