いて最小働を成立せしめる。

なお式（2）を実用解法に適用するには次の形式に誘導すればよいであらう。

$$\sum_{a}^{j}\{m_1\phi_1 M_{bc}+m_2\phi_2 M_{cb}+m_3\phi_3 X_{bc}+m_p\phi_p P\}=m_a\theta_a-m_j\theta_j+\delta_a-\delta_j$$

但し　$\phi_1$…：$M_{bc}$……に関する弾性中立軸上の変角量の和

$m_1$…：$M_{bc}$……に関する変角量の重心から原線への縦距

本式によりその右辺変形を零即ち最小働原理を拡張適用し，同時に $m=0$ となし得べき状態即ち未知量の数を減じ得べき状態を利用して不静定力の直接解法が考えられる。

---

# (1-7)　剪断力による変位の求め方について

正員　山梨大学工学部　近　藤　繁　人

梁に外力が作用した時，梁の軸上の任意の点の変位は，軸力，曲げモーメント，剪断力による変位の和によつて表わされるものとし，こゝでは剪断力による変位のみを取扱うことにする。

**1. 共やく梁による解法**　剪断力 $S$ による梁Aの鉛直下向変位 $\delta$ は，次の微分方程式で表わされる。

$$\frac{d^2\delta}{dx^2}=\frac{k}{GF}\frac{ds}{dx}=-\frac{k}{GF}p \qquad \cdots\cdots(1)$$

この $\delta$ は梁Aの共やく梁Bに弾性荷重 $\frac{k}{GF}p$（反力をも含む）を乗せた時の $M$—図によつて表わされる。こゝに

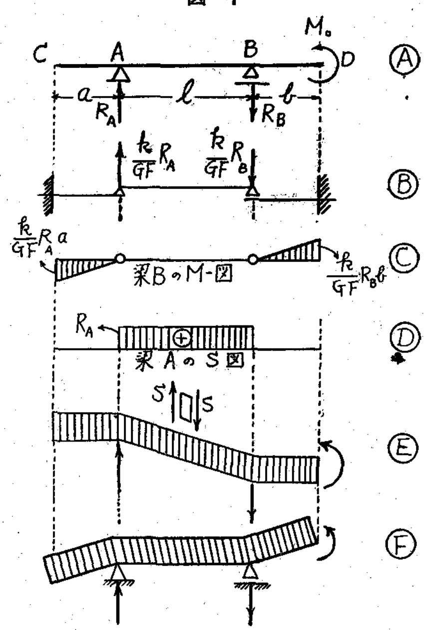
$G$：剪断弾性係数　　$F$：断面積

$k$：断面の形によつてきまる常数

$p$：梁Aに作用する外力（荷重及び反力）

例えば図—1 のような張出梁Aの剪断力 $S$ による $\delta$ を求めるには，その共やく梁Bに弾性荷重 $\frac{k}{GF}R_A$ 及び $\frac{k}{GF}R_B$ を乗せた時の$M$—図Cを画けばよろしい。梁Aの $S$—図はD図の通りで若し支点A，Bが自由に移動し得るものとすれば $S$ によつてE図のように変形する筈である。然るに支点A，B は変位し得ないので実際にはF図のように変形し，梁AのAB間には剪断力 $S$ が働いているにも関らず $S$ による変位は無いのである。

図—1




**2. 部材廻転角による方法**　長さ $l$ の部材（水平右向分長 $x$，鉛直上向分長 $y$）が時針方向に $R$ だけ廻転した時，その部材の一端の他端に対する相対的変位は，鉛直下向及び水平右向に

$$\delta_v=Rx,\ \delta_h=Ry \qquad \cdots\cdots(2)$$

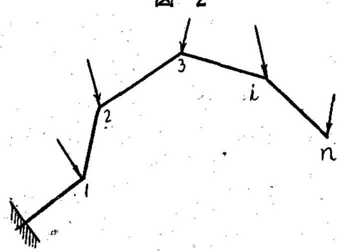
（1）片持梁系に節点荷重のみ作用する時　各部材の剪断力を$S_1S_2$……とすれば一部材の $S$は一定でその部材の廻転角は

$$R=\frac{k}{GF}S=一定 \qquad \cdots\cdots(3)$$

節点 i の変位は鉛直下向及び水平右向に

$$\left.\begin{aligned}\delta_{iv}&=\sum_{1}^{i}Rx\\ \delta_{ih}&=\sum_{1}^{i}Ry\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(4)$$

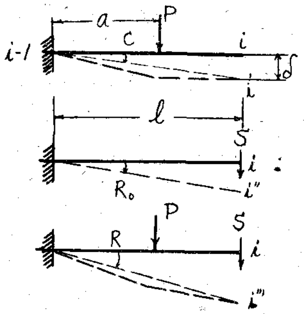
図—2



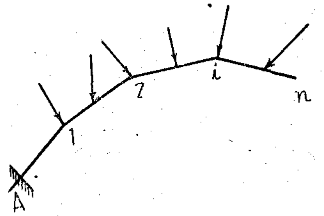

A

（2）片持梁系に中間荷重が作用する時　図—3 の中間荷重のみによる自由端 i の変位を $\delta$ とすれば部材廻転角は

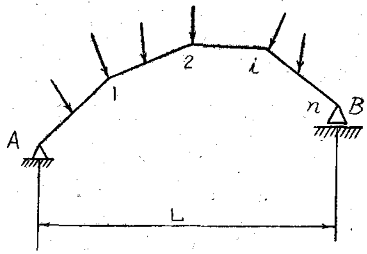
図—3




図—4




図—5




$$C=\frac{\delta}{l} \quad \cdots\cdots(5)$$

従つて図—4 における節点 i のすぐ左側の剪断力を $S$ とし，(3)式より求めた $S$ のみによる部材廻転角を $R_0$ とすれば中間荷重が作用した時の i 部材の真の廻転角 $R$ は

$$R=R_0+C \quad \cdots\cdots(6)$$

$R$ が求まれば (4) より $\delta_{iv}$ 及び $\delta_{ih}$ を決定することが出来る。こゝに $C$ は中間荷重のみによつてきまる荷重項であるから予め表にしておくと大変便利である。

（3） 単純梁系に任意の荷重が作用する時　図—5における各部材の真の廻転角を$R$とすれば支点Bの$\delta_{Bv}=0$なる条件から (4) より

$$\sum_1^n Rx=0 \quad \cdots\cdots(7)$$

今 A1 部材の廻転角 $R_1=0$ と仮定した時の各部材の廻転角を $R'$ とすれば

$$R'=\frac{k}{GF}S+C \quad \cdots\cdots(8)$$

$$R=R_1+R' \quad \cdots\cdots(9)$$

(7) より

$$\Sigma(R_1+R')x=R_1L+\Sigma R'x=0$$

$$\therefore\ R_1=-\frac{\Sigma R'x}{L} \quad \cdots\cdots(10)$$

$R_1$ が定まれば (9) より $R$ が求まり (4) より $\delta_{iv}$ 及び $\delta_{ih}$ を求めることが出来る。

---

# (1–8) 弾性支床上にある梁の撓み振動のある数値解法について

正員　金沢大学工学部　工博　喜　内　敏

熱伝導の微分方程式の解法に高橋喜彦氏が用いた方法を，弾性支床上にある梁の撓み振動の微分方程式に応用して解を求めたものである。結果のみを示すと次の通りである。

弾性支床上にある同一断面の梁の撓み振動の微分方程式は周知の如く次式にて示される。

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+2k\frac{\partial y}{\partial t}+a^2\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\lambda^2 y=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

この式は近似的に次の積分式にて書き換えられる。

$$y_{(x,t+\tau)}=\frac{(2-\tau^2\lambda^2)}{(1+k\tau)s}\left[\frac{3}{2}\int_{-s}^{s}y_{(x+\xi,t)}d\xi-\frac{2}{s}\int_0^s\xi\{y_{(x+\xi,t)}+y_{(x-\xi,t)}\}d\xi\right]-\frac{1-k\tau}{1+k\tau}\cdot y_{(x,t-\tau)} \quad \cdots\cdots(2)$$

又は，