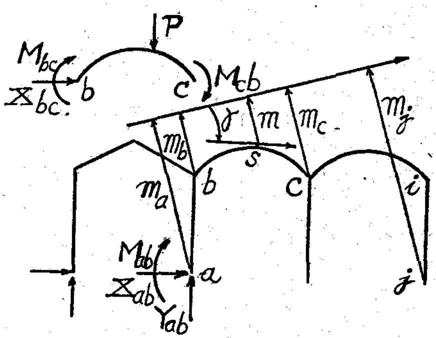
以下ではパイプの温度分布によつて元応力が発生する。

従来この種の元応力は鋳造後の焼鈍によつて小さくしていたが，その応力の大きさについてはあまり解析されていないようである。この応力は各種の製造上の条件から出来て来るが，こゝでは簡単のためにパイプの内外側における冷却曲線の勾配の相違から発生する場合で，内部の半径方向の温度分布も簡単な場合について計算をしてみた。

(1–6)　最小働法則の応用上における拡充について

正員　熊本大学工学部　工博　重　松　愿

不静定構造中に任意剛節部材 bc をとれば，材端 b, c に余力として M_{bc}, M_{cb}, X_{bc} を，また変形として変角 θ_b, θ_c 及び或方向の変位 δ_b, δ_c を考えることにより作用力と変形に関する弾性平衡が保たれる。



bc に関する弾性条件式を誘導するために便宜上図示する如く構造面に仮定せる或方向線（これを原線という）の上に単位力を仮想しこれを材端格点に置換して bc の作用力及び変形との関係において働方程式を表せば，

$$\int\frac{M}{EI}mds+\int\frac{N}{EA}\cos\gamma ds+\int\frac{Q}{GA'}\sin\gamma ds$$
$$=m_b\theta_b-m_c\theta_c+\delta_b-\delta_c \cdots\cdots(1)$$

ここに M, N, Q は bc 上の任意点 s における曲げモーメント，軸力，剪断力で次の函数形で与へられ

$M=f_1(M_{bc}M_{cb}X_{bc}P)$, $N=f_2(\prime\prime)$, $Q=f_3(\prime\prime)$, m は s 点から原線への縦距，γ は s 点における部材接線の原線に対する偏角である。

式 (1) を構造中の連部材 ab…ij に連続適用すれば，図の諸記号を参照して，

$$\sum_a^j\left\{\int\frac{M}{EI}mds+\int\frac{N}{EA}\cos\gamma ds+\int\frac{Q}{GA'}\sin\gamma ds\right\}=m_a\theta_a-m_j\theta_j+\delta_a-\delta_j \cdots\cdots(2)$$

今式 (2) の M, N, Q が a 端の余力を含む函数形

$M=F_1(M_{ab}, X_{ab}, Y_{ab}\cdots)$, $N=F_2(\prime\prime)$, $Q=F_3(\prime\prime)$　で表わされ，またこれらの偏微分形が次の如く与へられ得る一つの場合を考える。

$$m=\frac{\partial M}{\partial X_{ab}},\quad \cos\gamma=\frac{\partial N}{\partial X_{ab}},\quad \sin\gamma=\frac{\partial Q}{\partial X_{ab}} \cdots\cdots(3)$$

即ち M, N, Q の X_{ab} に関する各偏微分は X_{ab} 上に単位力を仮想するときその s 点における各作用分力の値であつて，原線を X_{ab} 上に置くときの s 点に関する m, $\cos\gamma$, $\sin\gamma$ にほかならない。

式 (2) に式 (3) を代置すれば，

$$\sum_a^j\left\{\int\frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial X_{ab}}ds+\int\frac{N}{EA}\frac{\partial N}{\partial X_{ab}}ds+\int\frac{Q}{GA'}\cdot\frac{\partial Q}{\partial X_{ab}}ds\right\}=m_a\theta_a-m_j\theta_j+\delta_a-\delta_j \cdots\cdots(4)$$

但し　原線を X_{ab} 上に仮定

式 (4) は式 (2) に関する原線位置の特定な場合を表わすものであるが，その形式より明な如く Castigliano 法則を代表するものであり，これが最小働の条件式なるためには式の右辺が零なるを要する。

然るに式(2)においてその右辺の零なるべき要件は簡単に原線の位置関係から判定され，普通の状態としては，

1) 各端 a, j に変形の存せない剛節連部材或は変形の相殺する閉形連部材に対しては任意の位置の原線に関して要件が満足される。

2) a, j 方向に相対変位の生ぜない場合には原線をして a, j を通らしめることが一要件である。故に最小働は必ずしも式 (4) の形式によつてのみ成立されるものでなく，これを一般に式 (2) の形式に対し拡張適用してその要件を次の如く言うことが出来る。

弾性条件式に関する仮想力はその作用が連部材端の弾性拘制条件を保存する限りその任意適切なる位置にお

いて最小働を成立せしめる。

なお式（2）を実用解法に適用するには次の形式に誘導すればよいであらう。

$$\sum_{a}^{j}\{m_1\phi_1 M_{bc}+m_2\phi_2 M_{cb}+m_3\phi_3 X_{bc}+m_p\phi_p P\}=m_a\theta_a-m_j\theta_j+\delta_a-\delta_j$$

但し　$\phi_1\cdots$: $M_{bc}\cdots\cdots$に関する弾性中立軸上の変角量の和

$m_1\cdots$: $M_{bc}\cdots\cdots$に関する変角量の重心から原線への縦距

本式によりその右辺変形を零即ち最小働原理を拡張適用し，同時に $m=0$ となし得べき状態即ち未知量の数を減じ得べき状態を利用して不静定力の直接解法が考えられる。

(1-7) 剪断力による変位の求め方について

正員　山梨大学工学部　近　藤　繁　人

梁に外力が作用した時，梁の軸上の任意の点の変位は，軸力，曲げモーメント，剪断力による変位の和によつて表わされるものとし，こゝでは剪断力による変位のみを取扱うことにする。

1. 共やく梁による解法　剪断力 S による梁Aの鉛直下向変位 δ は，次の微分方程式で表わされる。

$$\frac{d^2\delta}{dx^2}=\frac{k}{GF}\frac{ds}{dx}=-\frac{k}{GF}p \quad\cdots\cdots(1)$$

この δ は梁Aの共やく梁Bに弾性荷重 $\frac{k}{GF}p$（反力をも含む）を乗せた時の M—図によつて表わされる。こゝに

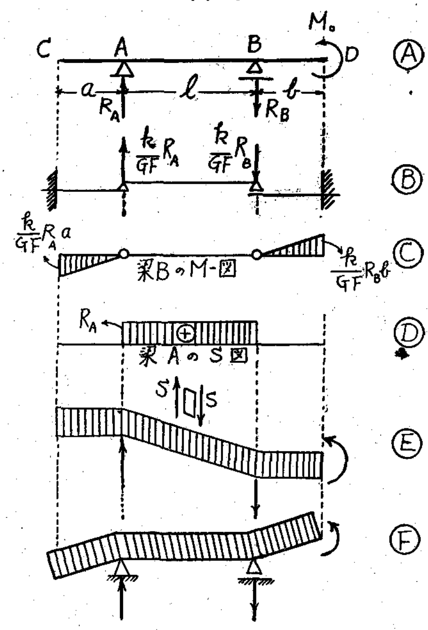
G：剪断弾性係数　　F：断面積

k：断面の形によつてきまる常数

p：梁Aに作用する外力（荷重及び反力）

例えば図—1 のような張出梁Aの剪断力 S による δ を求めるには，その共やく梁Bに弾性荷重 $\frac{k}{GF}R_A$ 及び $\frac{k}{GF}R_B$ を乗せた時のM—図Cを画けばよろしい。梁Aの S—図はD図の通りで若し支点A，Bが自由に移動し得るものとすれば S によつてE図のように変形する筈である。然るに支点A，B は変位し得ないので実際にはF図のように変形し，梁AのAB間には剪断力 S が働いているにも関らず S による変位は無いのである。

図—1



2. 部材廻転角による方法　長さ l の部材（水平右向分長 x，鉛直上向分長 y）が時針方向に R だけ廻転した時，その部材の一端の他端に対する相対的変位は，鉛直下向及び水平右向に

$$\delta_v=Rx,\ \delta_h=Ry \quad\cdots\cdots(2)$$

（1）片持梁系に節点荷重のみ作用する時　各部材の剪断力を$S_1S_2\cdots\cdots$とすれば一部材の Sは一定でその部材の廻転角は

$$R=\frac{k}{GF}S=\text{一定} \quad\cdots\cdots(3)$$

節点 i の変位は鉛直下向及び水平右向に

$$\left.\begin{aligned}\delta_{iv}&=\sum_{1}^{i}Rx\\ \delta_{ih}&=\sum_{1}^{i}Ry\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4)$$

（2）片持梁系に中間荷重が作用する時　図—3 の中間荷重のみによる自由端 i の変位を δ とすれば部材廻転角は

図—2