96. 洪水波の傳播について (20分)

正員　京都大學理學部　速　水　頌　一　郎

1. 河川における水平交換　不定流の方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\alpha U\frac{\partial U}{\partial x}=-g\frac{U^2}{C^2H}+g\left(I-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\cdots\cdots(1)$$

は平均流速 U に關する式であつて，この場合流速の鉛直分布は等流のものを假定している．從つて式（1）は等流に近い流れ（河川の流れは實際これに近い）に對してのみ有効である．流速 U を等流部分とこれからの變動部分とに分け變動流速の方程式を作ると，變動流速は時間及び距離に關する減衰因子を含むことがわかる．減衰すれば等流になるが現實の河床構造は複雜であり，河床勾配，河幅などは減衰の範圍内（本邦河川では数 100 m～数 km）において不規則なる變動を示す．特に洪水時にはこれらは刻々變動して捕捉し難い．これらの點から考察して河の流れはその大きさが数 km 以内の不規則な小變動の集團が等流に重疊したものと見ることができる．かかる小變動の集團は“亂れ”として取扱えるからその統計的効果として水平交換の現象が發生する．小變動の規模を L，變動速度を u とすれば水平交換係數は $\overline{Lu}$ にて與えられる．本邦河川では $\overline{Lu}$ の値は 10^6～10^7 (c. g. s) の程度と推定される．(これは實際についても確められた)．本報告で述べる洪水の理論は流れを等流とみなし，これよりの變動を水平交換係數にて置換えることから出發する．

2. 洪水波の方程式　見やすいために特殊の場合として河床勾配，河幅が平均において一定である矩形水路を考え途中水の流出入がないものとする．これから一般の場合への展開は容易である．

$$\text{運動方程式}\quad U=C\sqrt{H(I-\partial H/\partial x)}\cdots\cdots(2)$$

$$\text{連續方程式}\quad \partial H/\partial t=-\partial(uH)/\partial x+\eta\partial^2H/\partial x^2\cdots\cdots(3)$$

η: 水平交換係數

式(2)，(3) から洪水波の方程式として

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{3}{2}U\frac{\partial H}{\partial x}=\mu\frac{\partial^2 H}{\partial x^2},\quad \mu=\frac{HU}{2(I-\partial H/\partial x)}+\eta\cdots\cdots(4)$$

が得られる．式（4）は非線型であるが近似法として

$$H=H_0+aF_1(x,t)+a^2F_2(x,t)+\cdots\cdots,\quad H_0=\text{常數}$$

と置きこれを式（4）に代入して a の同次項を比較すると

$$\text{第1近似式}\quad \frac{\partial F_1}{\partial t}+\frac{3U_0}{2}\frac{\partial F_1}{\partial x}=\mu_0\frac{\partial^2F_1}{\partial x^2},\quad \mu_0=\frac{H_0U_0}{2I}+\eta,\quad U_0=C\sqrt{H_0I}\cdots\cdots(5)$$

$$\text{第2近似式}\quad \frac{\partial F_2}{\partial t}+\frac{3U_0}{2}\frac{\partial F_2}{\partial x}=\mu_0\frac{\partial^2F_2}{\partial x^2}+\frac{3U_0}{4I}\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right)^2-\frac{3U_0}{4H_0}F_1\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right)\cdots\cdots(6)$$

$$\text{初期條件は}\quad t=0\text{ にて } F_1=0,\ F_2=0\cdots\cdots(7)$$

$$\text{起點條件は}\quad x=0\text{ にて } (F_1)_{x=0}=F_1(o,t),\ (F_2)_{x=0}=0\cdots\cdots(8)$$

$$\text{終點條件は例えば}\quad x=x_1\text{ にて }\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right)_{x=x1}=\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}\right)_{x=x1}=0\cdots\cdots(9)$$

洪水の傳播は要するに式（5），（6）の境界値問題である．上式で μ_0 は一般に常數ではないが，特定の洪水に對しては平均において常數と見てさしつかえないであろう．

1 例として $F_1(o,t)=H_1\sin\gamma t$ と置き $t\to\infty$，$x_1\to\infty$ の時の第1近似解を求めると

$$F_1=H_1\exp(\omega/2\mu_0-px)\sin(\gamma t-qx)\cdots\cdots(10)$$

$$\begin{matrix}p\\q\end{matrix}=\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{4\mu_0}\right)^2+\gamma^2}\pm\frac{\omega^2}{4\mu_0}}{2\mu_0}},\quad \omega=\frac{3U_0}{2}\cdots\cdots(11)$$

すなわち長週期の波は減衰することなく $3U_0/2$ の速度で進むが，短週期の波は減衰しその速度は $3U_0/2$ よりも速い．かくて洪水波は進行とともに平坦化する．第2近似式は進行の途上發生する高次調和項による波の變形を表わす．

本研究は文部省科學試驗研究費の援助による．