$$
\left.\begin{aligned}
x_{r+1}&=\frac{\begin{vmatrix} p_{r-1} & r_{r-1} & \tau_{r-1}\\ p_r & r_r & \tau_r\\ p_{r+1} & r_{r+1} & \tau_{r+1}\end{vmatrix}}{\triangle_r}=\frac{k_{r+1\cdot r-1}\tau_{r-1}+k_{r+1\cdot r}\tau_r+k_{r+1\cdot r+1}\tau_{r+1}}{\triangle_r},\cdots\cdots\cdots\cdots\\
x_{n-1}&=\frac{\begin{vmatrix}\tau_{n-1} & n_{n-1}\\ \tau_n & n_n\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m_{n-1} & n_{n-1}\\ m_n & n_n\end{vmatrix}}=\frac{k_{n-1\cdot n-1}\tau_{n-1}+k_{n-1\cdot n}\tau_n}{\triangle_n}\qquad x_n=\frac{\begin{vmatrix} m_{n-1} & n_{n-1}\\ m_n & n_n\end{vmatrix}}{\triangle_n}=\frac{k_{n\cdot n-1}\tau_{n-1}+k_{n\cdot n}\tau_n}{\triangle_n}
\end{aligned}\right\}\cdots(4)
$$

〔表1〕

方程式番号	方程式左辺																	方程式右辺
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	- - -	→	x_{r-1}	x_r	x_{r+1}	- - -	- - -	→	x_{n-1}	x_n	常数
(1)	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1			p_1	r_1	q_1				m_1	n_1	C_1
(2)	a_2	b_2	c_2	d_2	e_2	f_2	g_2			p_2	r_2	q_2				m_2	n_2	C_2
(3)	a_3	b_3	c_3	d_3	e_3	f_3	g_3			p_3	r_3	q_3				m_3	n_3	C_3
(4)	a_4	b_4	c_4	d_4	e_4	f_4	g_4			p_4	r_4	q_4				m_4	n_4	C_4
(5)	a_5	b_5	c_5	d_5	e_5	f_5	g_5			p_5	r_5	q_5				m_5	n_5	C_5
(6)	a_6	b_6	c_6	d_6	e_6	f_6	g_6			p_6	r_6	q_6				m_6	n_6	C_6
(7)	a_7	b_7	c_7	d_7	e_7	f_7	g_7			p_7	r_7	q_7				m_7	n_7	C_7
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓			↓	↓	↓				↓	↓	↓
(r-1)	a_{r-1}	b_{r-1}	c_{r-1}	d_{r-1}	e_{r-1}	f_{r-1}	g_{r-1}			p_{r-1}	r_{r-1}	q_{r-1}				m_{r-1}	n_{r-1}	C_{r-1}
(r)	a_r	b_r	c_r	d_r	e_r	f_r	g_r			p_r	r_r	q_r				m_r	n_r	C_r
(r+1)	a_{r+1}	b_{r+1}	c_{r+1}	d_{r+1}	e_{r+1}	f_{r+1}	g_{r+1}			p_{r+1}	r_{r+1}	q_{r+1}				m_{r+1}	n_{r+1}	C_{r+1}
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓			↓	↓	↓				↓	↓	↓
(n-1)	a_{n-1}	b_{n-1}	c_{n-1}	d_{n-1}	e_{n-1}	f_{n-1}	g_{n-1}			p_{n-1}	r_{n-1}	q_{n-1}				m_{n-1}	n_{n-1}	C_{n-1}
(n)	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n	g_n	↓	↓	p_n	r_n	q_n	↓	↓	↓	m_n	n_n	C_n

〔表2〕

	x_4	x_5	x_6	x_7	- - -	→	x_{r-1}	x_r	x_{r+1}	- - -	- - -	→	x_{n-1}	x_n	常数
τ_1	$-d_1$	$-e_1$	$-f_1$	$-g_1$			$-p_1$	$-r_1$	$-q_1$				$-m_1$	$-n_1$	C_1
τ_2	$-d_2$	$-e_2$	$-f_2$	$-g_2$			$-p_2$	$-r_2$	$-q_2$				$-m_2$	$-n_2$	C_2
τ_3	$-d_3$	$-e_3$	$-f_3$	$-g_3$	↓	↓	$-p_3$	$-r_3$	$-q_3$	↓	↓	↓	$-m_3$	$-n_3$	C_3

〔表3〕

	x_1	x_2	x_3	x_7	- - -	→	x_{r-1}	x_r	x_{r+1}	- - -	- - -	→	x_{n-1}	x_n	常数
τ_4	$-a_4$	$-b_4$	$-c_4$	$-g_4$			$-p_4$	$-r_4$	$-q_4$				$-m_4$	$-n_4$	C_4
τ_5	$-a_5$	$-b_5$	$-c_5$	$-g_5$			$-p_5$	$-r_5$	$-q_5$				$-m_5$	$-n_5$	C_5
τ_6	$-a_6$	$-b_6$	$-c_6$	$-g_6$	↓	↓	$-p_6$	$-r_6$	$-q_6$	↓	↓	↓	$-m_6$	$-n_6$	C_6

〔表4〕

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	- - -	→	x_{r-2}	x_{r+2}	- - →	x_{n-1}	x_n	常数
τ_{r-1}	$-a_{r-1}$	$-b_{r-1}$	$-c_{r-1}$	$-d_{r-1}$	$-e_{r-1}$	$-f_{r-1}$	$-g_{r-1}$			$-i_{r-1}$	$-j_{r-1}$		$-m_{r-1}$	$-n_{r-1}$	C_{r-1}
τ_r	$-a_r$	$-b_r$	$-c_r$	$-d_r$	$-e_r$	$-f_r$	$-g_r$			$-i_r$	$-j_r$		$-m_r$	$-n_r$	C_r
τ_{r+1}	$-a_{r+1}$	$-b_{r+1}$	$-c_{r+1}$	$-d_{r+1}$	$-e_{r+1}$	$-f_{r+1}$	$-g_{r+1}$	↓	↓	$-i_{r+1}$	$-j_{r+1}$	↓	$-m_{r+1}$	$-n_{r+1}$	C_{r+1}

〔表5〕

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	- →	x_{r-1}	x_r	x_{r+1}	- - -	→	x_{n-2}	常数
τ_{n-1}	$-a_{n-1}$	$-b_{n-1}$	$-c_{n-1}$	$-d_{n-1}$	$-e_{n-1}$	$-f_{n-1}$	$-g_{n-1}$		$-p_{n-1}$	$-r_{n-1}$	$-q_{n-1}$			$-l_{n-1}$	C_{n-1}
τ_n	$-a_n$	$-b_n$	$-c_n$	$-d_n$	$-e_n$	$-f_n$	$-g_n$		$-p_n$	$-r_n$	$-q_n$			$-l_n$	C_n

よつて，上述の式(1)より次の如き作表をなし機械的に操作を行う〔表-6〕(省略)
次に表-6において，係數の項の方程式(4),…(r),…(n)は表-1の方程式(4),…(r)…(n)の x_1, x_2, x_3 の項を消去し，x_4, x_5,…, x_r,…, x_n の函數に置き換えたことになり，表-1の方程式(4), (5),…,(r),…,(n)の x_4, x_5, x_6,…, x_r,…, x_n までと表-6(省略)の方程式(4), (5),…, (r),…, (n)の代數和をもつて表-1の方程式(1), (2), (3)と(4), (5), (6),…,(r),…,(n)までの x_1, x_2, x_3 が消去せられたことになる〔表-7〕(省略)同様にくり返して，x_4, x_5, x_6 と方程式(4), (5), (6)を消去し，最後に未知數が3個以內まで行い最後の未知數が決定されたら，順次逆に x_1 まで決定できるのである．(注)本法では x_1, x_2, x_3 より消去を行つたがなるべく最初の行列式の展開に簡單のところより(1), (2), (3), (4)の性質を應用して消去を行うを便とする．なお例題は軌條と地下鐵の問題をあつかう．

---

16. 方列による靜定主系の決定法　(20分)

正員　山梨大學工學部　近　藤　繁　人

土木學會誌第35卷第11號には一般代數式による不靜定値の選び方について述べたが，ここではこれを方列によつて解く方法について述べる．

先ず n 次不靜定構造物の上の1點 i に $P_i=1$ が作用した場合には次式が成り立つ．

$$
\left.\begin{aligned}
X_a\delta_{aa}+X_b\delta_{ab}+\cdots\cdots\cdots\cdots+X_n\delta_{an}-\delta_{ai}&=0\\
X_a\delta_{ba}+X_b\delta_{bb}+\cdots\cdots\cdots\cdots+X_n\delta_{bn}-\delta_{bi}&=0\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots&\\
X_a\delta_{na}+X_b\delta_{nb}+\cdots\cdots\cdots\cdots+X_n\delta_{nn}-\delta_{ni}&=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)
$$

上式において X の係數を方列〔δ〕で表わせばこの方列は Maxwell の相反法則により對稱方列である．すなわち

$$\delta_{ab}=\delta_{ba},\ \delta_{ca}=\delta_{ac},\ \cdots\cdots\cdots,\ \delta_{jk}=\delta_{kj}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

次に n 個の不靜定値 $X_A, X_B, \cdots, X_N$ を適當に選び次のような關係式が成り立つものとする．

$$\left.\begin{array}{l} X_a=X_A f_{aa}+X_B f_{ab}+\cdots\cdots\cdots+X_N f_{an} \\ X_b=X_A f_{ba}+X_B f_{bb}+\cdots\cdots\cdots+X_N f_{bn} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_n=X_A f_{na}+X_B f_{nb}+\cdots\cdots\cdots+X_N f_{nn} \end{array}\right\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

上式の $X_A, X_B, \cdots\cdots, X_N$ の係數を方列〔f〕で表わすことにする．式(3)を式(1)に代入したときの $X_A, X_B, \cdots\cdots$, X_N の係數を方列〔z〕で表わせば

$$[z]=[\delta]\cdot[f]\ \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

この〔z〕にある係數を乘じて對稱方列を作つた場合に，その方列の對角元素を0でないものとし，任意の jk 元素をすべて0ならしめることができれば

$$X_A=\frac{\delta_{iA}}{\delta_{AA}},\ X_B=\frac{\delta_{iB}}{\delta_{BB}},\ \cdots\cdots, X_N=\frac{\delta_{iN}}{\delta_{NN}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

によつて表わすことができる．

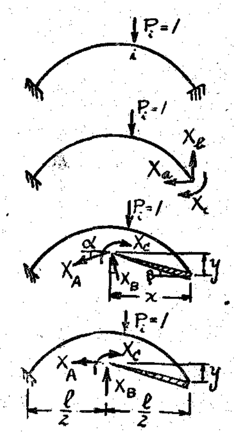
さて，〔z〕を對稱方列に直すには，〔z〕の前に〔f〕の共やく方列〔f′〕を乘ずればよい．すなわち

$$[\delta_A]=[f']\cdot[\delta]\cdot[f]\ \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

式(6)の jk 元素を全部0とおくことにより X_A, X_B, $X_C, \cdots$, X_N と X_a, X_b, $X_c, \cdots X, X_n$ の關係を決定することができて靜定主系が定まることになる．この場合條件式の數は，n(n—1)/2 個できるので，f の中に含まれる未知量の數も，n(n—1)/2 個にしなければならない．例えば2次不靜定のときは條件式1個で，f の中に含まれる未知量としては座標 x, y 又は方向角 α のうち1個を選べばよく，3次不靜定のときは條件式3個で，x, y 及び α の3個を未知量に選べばよい．なお又高次不靜定のときは式(3)の〔f〕として

$$[f]=\begin{bmatrix} 1 & f_{ab} & f_{ac} & \text{〃} & \text{〃} & f_{an} \\ 0 & 1 & f_{bc} & \text{〃} & \text{〃} & f_{bn} \\ 0 & 0 & 1 & \text{〃} & \text{〃} & \text{〃} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

を選べば，f の數が n(n—1)/2 となつて條件式の數と一致するのでこれらを決定することができる．式(7)は一般高次の場合であるから，2次・3次不靜定の場合にももちろん適用される．



今一例として圖のような兩端固定左右對稱の3次不靜定構造物に對する靜定主系を決定すれば

$$\left.\begin{array}{l} x=-\dfrac{\delta_{bc}}{\delta_{cc}}=\dfrac{l}{2} \\ y=\dfrac{\delta_{ac}}{\delta_{cc}} \\ \alpha=0 \end{array}\right\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

となる．

本解法は充腹構造たると骨組構造たるとを問わずすべての構造物に對して適用されるもので，式(8)は兩端固定左右對稱のラーメン・アーチ・トラスのみならずフィーレンデールアーチ等にも適用される式である．

本研究は昭和25年度文部省科學研究費による研究の1部で，詳細は山梨大學工學部研究報告第2號に登載の豫定である．

---

17. 等角寫像の近似的な方法　(20分)

正員　名古屋工業大學　岡　林　稔

流體力學や熱傳導，彈性力學等では等角寫像がかなり重要な役割を持つている．しかし，任意の閉面分を例えば直線境界の半無限平面に等角寫像する寫像函數を求めることはまず不可能に近い．多角形を半平面に寫像する