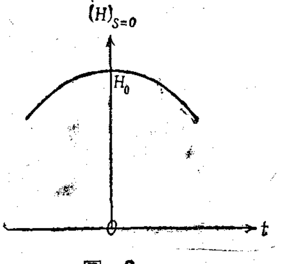
本式を樹てれば

$$-\frac{(gH_*-\alpha V_*^2)}{\beta}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial s^2}+\frac{\alpha+\beta}{\beta}V_*\frac{\partial^2 H}{\partial s\partial t}+\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}+\frac{1}{H_*}\frac{dQ_*}{dt}\frac{\partial H}{\partial s}$$
$$+\frac{gI}{\beta}\left\{3\frac{\partial H}{\partial s}+\frac{2}{V_*}\frac{\partial H}{\partial t}\right\}=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

となる。但し V_* は等流水深 $H_*(t)$ に対応した等流流速，Q_* は同等流水深に対応した等流流量，α, β は平均流速を取扱うために必要とされる1に近い補正係数である。(1) の各項の係数は高々時間 t のみの函数であるから，(1) は線型2階偏微分方程式である。

(1) の解法について考える。$s=0$ における洪水位を 圖-2 で示される様な関係 $(H)_{S=0}=H_0-(t/T)^2$ で與えた時，これが下流側に如何様に傳播変形して行くかを考える。$(H)_{S=0}$ を (1) の等流水深 $H_*(t)$ に選ぶ。洪水位の変動は時間に対して緩慢なものであり，又洪水位の波長も大なるものである所から，(1) 中の洪水位 H の t 又は s に関する2階偏微係数は1階偏微係数に比して著しく小なる値を持つことから，(1) の解は第1近似として次の式を解くことによつて與えられる:



圖—2

$$3\frac{\partial H}{\partial s}+\frac{2}{V_*}\frac{\partial H}{\partial t}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

また $H_0 \gg (t/T)^2$ を満す様な時間 t の範囲内においては (2) の解は $H_1=H_0\left(t-\frac{2}{3V_0}s\right)$ となる。但し V_0 は H_0 に対応する等流流速である。

次に H_1 を (1) の2階偏微係数及び $(1/H_*)(dQ_*/dt)(\partial H/\partial s)$ の項に代入すれば (1) は

$$3\frac{\partial H}{\partial s}+\frac{2}{V_*(t)}\frac{\partial H}{\partial t}=f(t,s) \quad \cdots\cdots(3)$$

の形となり，これを解く事によつて第2近似解を得る。この様な逐次近似の方法によつて洪水波の波形の追跡が完成する。(3) の積分形は講演時に示す。

---

(38) Pearson 系度数分布曲線を利用せる洪水調節計算

(20分)

建設省河川局　村　　幸　雄

貯水池内の洪水波傳播機構は極めて複雑であり，運動方程式と連続方程式を境界條件の許で解かなければならないのであるが，この問題は考慮の外に置き普通洪水調節計算に用ひられてゐる基本式は

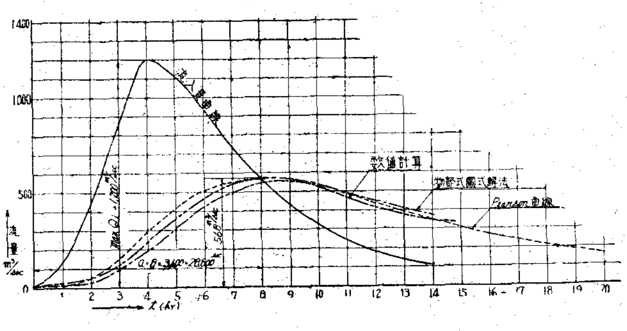
$$\frac{dv}{dt}+nlh^m=f(t) \quad \cdots\cdots(1)$$

茲に　v＝貯水量 (m³)，　$f(t)$＝流入量 (m³/sec) で既知函数とする，

nlh^m＝流出量 (m³/sec) 水門の場合 $m=3/2$，流水孔の場合 $m=1/2$

(1) 式の解法として多数の解法を2大別する事が出來る，其の1は初期條件から数値積分或は図式解法によつて調節量を計算するものであり其の2は流入量曲線を仮定するもので専ら三角形として概算するのが普通である。本提案の計算法は後者の方法に於て洪水波が略 Pearson 系度数分布曲線の如き形状をなす点に着目して最大流入量及その生起時刻の既知の場合最大流出量とその時刻を知つて必要な貯水容量を求める

圖—1



場合或は貯水容量と満水の時刻を知つて最大流出量を概算するに便利な略算式を與へたものである。

1. Pearson 系度数曲線 Pearson 系度数曲線 $y=F(t)$ は微分方程式 $\frac{1}{y}\frac{dy}{dt}=\frac{t+a}{pt^2+qt+r}$ を積分し且 $y=F(t)$ の正の値を取らしめる t の値の区間に着眼して得たものでありこの積分は分母の2次式の根の性質によつて7つの型に分類されるが，その内最も適当と思はれるV型について要点を記せば

$$\frac{q^2}{4pr}=1 \quad \therefore \quad \frac{dy}{y}=\frac{(t+a)dt}{p\left(t+\frac{q}{2p}\right)^2}$$ 原点を $\left(-\frac{q}{2p};0\right)$ に移して積分すれば

$$y=y_0t^{-s}e^{-\frac{\gamma}{t}}, \quad 但し \quad s=-\frac{1}{p}, \ \gamma=\frac{1}{p}\left(a-\frac{q}{2p}\right) \quad y_0: 常数 \cdots\cdots(2)$$

この曲線を第V型の Pearson 曲線と云ひ t は負の値を採る事が出來ないから一端は限られ他端は限られてゐない曲線である。

2. 洪水調節計算への應用 (1) の基本式に於て $h^m\equiv y$ と置き

$$v=b\log y+c \quad と仮定する \cdots\cdots(3)$$

この式は有効水深が深くなければあまり無理なく近似する事が出來る。次に t 秒後の貯水量 v の増加率 $\frac{dv}{dt}=\frac{t-a}{p(t-\alpha)^2}$ と仮定すれば (3) 式から

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt}=\frac{t-a}{pb(t-\alpha)^2} \cdots\cdots(4)$$

然るに (4) は前記の Pearson の微分方程式であり，その解は (2) に示した如く

$$y=y_0(t-\alpha)^{\frac{1}{pb}}e^{-\frac{1}{pb}\cdot\frac{\alpha-a}{t-\alpha}} \cdots\cdots(5)$$

但し (2) に於て $\alpha\equiv-\frac{q}{2p}$，$t\equiv t-\alpha$，$p\equiv pb$，$a\equiv-a$

圖-1 に於いてA点に於ける $\frac{dv}{dt}=\frac{t_2-a}{p(t_2-\alpha)^2}=0$ なる條件及びB点に於ける條件から次の関係式を得る

$$_{\max}Q_1=\frac{t_1-a}{p(t_1-\alpha)^2}+{}_{\max}Q_0\left(\frac{t_1-\alpha}{a-\alpha}\right)^{\frac{1}{pb}}, \ e^{-\frac{1}{pb}\left(\frac{t_1-a}{t_1-\alpha}\right)} \cdots\cdots(6)$$

次にA点に於いては貯水池は満水となり有効貯水容量に等しくなるべき故

$$_{\max}v=\int_0^a\frac{t-a}{p(t-\alpha)^2}dt=\frac{1}{p}\left[\log\left|\frac{-\alpha+a}{-\alpha}\right|+\frac{a}{\alpha}\right] \quad \therefore \quad p_{\max}v=\log\left|1-\frac{a}{\alpha}\right|+\frac{a}{\alpha} \cdots\cdots(7)$$

(6) (7) 兩式から問題の $_{\max}Q_0$，$_{\max}v$，a に応ずる α 及び p を決定すれば流出量曲線は計算される事となる。

---

(39) 不等流の系統的な計算法 (20分)

東京大学(一工)　本　間　仁

不等流の一般方程式は $$-i+\frac{dh}{dx}+\frac{v^2}{C^2R}+\alpha\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)=0 \cdots\cdots(1)$$

の形を持つてゐる。底勾配 i，断面形及び流量 Q が一様な場合(横からの流入などのない場合)には適当な仮定によつて (1) を積分して，色々な背水公式が作られ，背水函数の値も計算されてゐる。

然し底勾配，断面形及び流量の何れかゞ一様でない時は数値積分によつて水面形の計算を行わねばならない。v を Q/A の形で表わし，断面形を幅 b の矩形と仮定すると

$$\frac{dh}{dx}=\frac{ih^3-\frac{Q^2}{C^2b^2R}h+h_c{}^3\frac{h}{b}\frac{db}{dx}-h_c{}^3\frac{h}{Q}\frac{dQ}{dx}}{h^3-h_c{}^3}=\frac{F_1(h,x)}{F_2(h,x)} \cdots\cdots(2)$$

但し h_c は限界水深である。そこで $i=\text{const}$ の場合に限定しても $F_1(h,x)=0$ 及び $F_2(h,x)=0$ の兩曲線は一様水路の場合の様に平行にはならないで，時にはこれ等が交り所謂 Control section を現すことになる。例えば流量は一定で水路幅が一様な大さから次第に拡がり又は狭まる場合を考えると，Control section を現出するの