した場合，Bを固定するに要するモーメント及びAあるいはBにモーメントの作用する場合，C,Dを固定するに要するモーメントを求める。これらが到達モーメントとなる。

次に圖-2において D,E,F,G を單純支持として B,C を固定することによつてラーメンの場合と同様に分割率が求められ，辺Aにおける固定端モーメントの差である固定モーメントに分割率を乗じて分割モーメントが得られる。

以上は全くラーメンと同様の考え方によるものであるが，板の場合には等分布荷重，満載の場合を例にとると $n=1, 3, 5, \cdots\cdots$ の場合について計算することを必要とするので計算はやゝ複雑となる。

4. 計算例 H. Marcus の解いたのと同一例題について考えよう。圖-3 は縦横3径間の方向板で等分布荷重満載とし，支持梁の曲ゲ剛サが無限大で従つて支持梁は撓まないものとし，又その捩りは無視することにする。固定端モーメントを C，固定モーメントを M，分割モーメントを Δ，到達モーメントを Oにて表すこととする。この2方向板は対称であるから 1/4 のみを考えるとよい。Aについては2辺固定，B,Dについては3辺固定，Cについては4辺固定の場合の固定端モーメントを求め，これより $M_I=M_{IV}$，$M_{II}=M_{III}$ を求める。I の拘束解除により Δ_1，Δ_2 を求めこれより O_8, O_3 を計算する。次にIIにおいては$M_{II}=(C_3+O_3)-C_4$より Δ_3, Δ_4，同時に O_2, O_5 を求める。同様にしてIVに至り $M_{IV}=(C_7+O_7)-(C_8+O_8)$ より Δ_7, Δ_8, O_6, O_1 を求めて第1次の拘束解除を終る。第2次の拘束解除においては第1次解除によつて生じた到達モーメントのみについて行えばよいわけである。以下同様にして計算を行うと固定モーメントは急激に減少するので適当なところで計算を打切るわけである。以上のようにしてラーメンの節点モーメントにあたる連続辺のモーメントが求められたわけで，板内部の撓み，モーメントは容易に求められる。

以上の計算は到達モーメント計算用補助紙で以つて板の図上にて行うのであつて，利点とするところはラーメンの場合と同様巧妙なる図上機械的計算にある。

---

(18) モーメント分配法の擴張について (20分)

九州大学 村 上 正

ラーメンの便利な計算法の一つに Cross のモーメント分配法がある。この Cross 法の応用範囲を円弧部材を含むラーメンへ拡張することを研究して，その可能なことを知つた。

1. 基本公式 一様断面（2次モーメント I）の円弧部材 AB に対して用うべき撓角法基本公式は[1]，

$$\left.\begin{aligned} M_{AB}&=2EK\{(k+1)\theta_A+k\theta_B-(2k+1)R\}+\lambda H+C_{AB} \\ M_{BA}&=2EK\{k\theta_A+(k+1)\theta_B-(2k+1)R\}-\lambda H+C_{BA} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (1)$$

又，そのスパンCの変化 ΔC は

$$2EK\,\Delta C=2EK\lambda(\theta_A-\theta_B)-2\mu H+\lambda(C_{AB}-C_{BA})+2N/s \cdots\cdots (2)$$

こゝに，

E: 部材々料の彈性係数　　K: 部材剛度（I/s, s=弧 AB の軸長）

θ: 考ふる端の節点（廻轉）角　　R: 部材（廻轉）角

C, N: 荷重項（表として與へる）　　H: 水平反力

k, λ, μ: 円弧の寸法によつて決まる常数

2. モーメントの分配率と到達率 こゝに，節点 a で剛結された幾つかの円弧材と直線材がある。各部材の他端は固定され，荷重は働らかないものとする。節点 a にモーメントを加へて，撓角 θ を與えるとき，直線材 a—i の端モーメントは，

$$M_{ai}=4EK_{ai}\theta, \qquad M_{ia}=2EK_{ai}\theta$$

円弧材 a—s の端モーメントは，$\Delta C=0$ の関係を考慮して計算すると，

$$M_{as}=2EK_{as}\left(1+k_{as}+\frac{\lambda^2_{as}}{2\mu_{as}}\right)\theta, \qquad M_{sa}=-2EK_{as}\left(\frac{\lambda^2_{as}}{2\mu_{as}}-k_{as}\right)\theta$$

これよりモーメントの分配率がわかる。即ち，

---

(1) 九州大学工学彙報第 22 卷第1号参照

$$\left.\begin{array}{lll} \text{直線材に対して,} & & \dfrac{2K_{ai}}{2\Sigma K_{ai}+\Sigma K_{as}\left(1+k_{as}+\dfrac{\lambda^2{}_{as}}{2\mu_{as}}\right)} \\ \text{円弧材} & \text{〃} & \dfrac{K_{as}\left(1+k_{as}+\dfrac{\lambda^2{}_{as}}{2\mu_{as}}\right)}{\text{〃}} \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(3)$$

又，各部材両端のモーメントを比較して，夫々の端の到達率がわかる。

$$\text{直線材では,}\quad {}^1/_2,\qquad \text{円弧材では,}\quad -\frac{\dfrac{\lambda^2{}_{as}}{2\mu_{as}}-k_{as}}{1+k_{as}+\dfrac{\lambda^2{}_{as}}{2u_{as}}} \qquad \cdots\cdots(4)$$

3. 固定端モーメント

（**1**） 荷重の影響　スパン変化を0に保つた円弧材 a—s に荷重を加える。この時，$\theta_a=\theta_s=0$ に拘束 (lock) するに要するモーメント，即ち固定端モーメントは，(1) (2) の両式から，

$$\left.\begin{aligned} M_{as}&=\frac{\lambda}{2\mu}\left\{(\lambda^2+2\mu)C_{as}-\lambda^2C_{sa}+\frac{2\lambda}{s}N\right\} \\ M_{sa}&=-\frac{\lambda}{2\mu}\left\{\lambda^2C_{as}-(\lambda^2+2\mu)C_{sa}+\frac{2\lambda}{s}N\right\} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(5)$$

部材を区別する λ, μ, s 等の添字は省略した (以下同様)

（**2**） 部材角の影響　荷重を取去り，$\varDelta C=0$ に保つた円弧材 a—s に部材角 R を与える。この時 $\theta_a=\theta_s=0$ に拘束するに要するモーメントは，(1) (2) の両式から，

$$M_{as}=M_{sa}=-2EK_{as}(2k+1)R \qquad \cdots\cdots(6)$$

（**3**） スパン変化の影響　荷重が働かない円弧部材 a—s を $R=0$ に保つて置いて，スパンを $\varDelta C$ だけ変化させる。この時，$\theta_a=\theta_s=0$ に拘束すべき固定端モーメントは (1) (2) を用いて次の如く計算される。

$$M_{as}=-M_{sa}=-EK_{as}\frac{\lambda}{\mu}\varDelta C \qquad \cdots\cdots(7)$$

4. 計算法　固定端モーメント (5), (6), (7) を分配率 (3), 到達率 (4) を用いてバランスさせ，得た結果を合成することによつて所要の解を得る。$\varDelta C$ の影響が加はるので，矩形ラーメンの如きものより手数を要する訳である。ヒンヂがある場合や，構造及び荷重條件に対称性がある場合には，夫々の條件に応じて方法を修正し，計算を更に簡単化することができる。本研究は，文部省科学研究費によつてなされたものの一部である。

---

(19) INTERPOLATION FORMULA OF STIRLING TYPE FOR THE FUNCTION $f(x,y,z,)$ (15 min)

By Bennosuke TANIMOTO, Shibaura Institute of Technology, Tokyo.

The interpolation formula of Stirling type for the function $f(x,y,z)$ of the three independent variables has been obtained in the form

$$\begin{aligned} f(x,y,z) = \sum_{r=0}^{n}\sum_{s=0}^{r}\sum_{t=0}^{s}\Big[&\phi(u,r-s)\phi(v,s-t)\phi(w,t)\varDelta^{2r}_{(2r-2s)x\ (2s-2t)y\,2tz}\ (\overline{r-s}\,\overline{s-t}\,\overline{t}) \\ &+\psi(u,r-s)\phi(v,s-t)\phi(w,t)\frac{1}{2}\varDelta^{2r+1}_{(2r-2s+1)x\ (2s-2t)y\,2tz}\{(\overline{r-s+1}\,\overline{s-t}\,\overline{t})+(\overline{r-s}\,\overline{s-t}\,\overline{t})\} \\ &+\phi(u,r-s)\psi(v,s-t)\phi(w,t)\frac{1}{2}\varDelta^{2r+1}_{(2r-2s)x\ (2s-2t+1)y\,2tz}\{(\overline{r-s}\,\overline{s-t+1}\,\overline{t})+(\overline{r-s}\,\overline{s-t}\,\overline{t})\} \\ &+\phi(u,r-s)\phi(v,s-t)\psi(w,t)\frac{1}{2}\varDelta^{2r+1}_{(2r-2s)x\ (2s-2t)y\ (2t+1)z}\{(\overline{r-s}\,\overline{s-t}\,\overline{t+1})+(\overline{r-s}\,\overline{s-t}\,\overline{t})\} \\ &+\psi(u,r-s)\psi(v,s-t)\phi(w,t)\frac{1}{4}\varDelta^{2r+2}_{(2r-2s+1)x\ (2s-2t+1)y\,2tz}\{(\overline{r-s+1}\,\overline{s-t+1}\,\overline{t}) \end{aligned}$$