この式の右辺の行列の各列に相当する，n 組の連立方程式の各の解を求めれば，これ等を組合せることに依つて，あらゆる荷重狀態に対して，各格点のタワミを求めることが出來る。

さてこの n 組の連立方程式に対し，第1次近似値，$x_{ij}^{(1)}$を得たとする，然るときは次のようにして，第2次近似値，$x_{ij}^{(2)}$ を求めることが出來る。

$$\begin{bmatrix} x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & x_{13}^{(2)} & \cdots & x_{1n}^{(2)} \\ x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & x_{23}^{(2)} & \cdots & x_{2n}^{(2)} \\ x_{31}^{(2)} & x_{32}^{(2)} & x_{33}^{(2)} & \cdots & x_{3n}^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1}^{(2)} & x_{n2}^{(2)} & x_{n3}^{(2)} & & x_{nn}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & x_{13}^{(1)} & \cdots & x_{1n}^{(1)} \\ x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & x_{23}^{(1)} & \cdots & x_{2n}^{(1)} \\ x_{31}^{(1)} & x_{32}^{(1)} & x_{33}^{(1)} & \cdots & x_{3n}^{(1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1}^{(1)} & x_{n2}^{(1)} & x_{n3}^{(1)} & & x_{nn} \end{bmatrix} \left\{ E - \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{12}^{(1)}/K_1^{(1)} & \varepsilon_{13}^{(1)}/K_1^{(1)} & \cdots & \varepsilon_{1n}^{(1)}/K_1^{(1)} \\ \varepsilon_{21}^{(1)}/K_2^{(1)} & 0 & \varepsilon_{23}^{(1)}/K_2^{(1)} & \cdots & \varepsilon_{2n}^{(1)}/K_2^{(1)} \\ \varepsilon_{31}^{(1)}/K_3^{(1)} & \varepsilon_{32}^{(1)}/K_3^{(1)} & 0 & \cdots & \varepsilon_{3n}^{(1)}/K_3^{(1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varepsilon_{n1}^{(1)}/K_n^{(1)} & \varepsilon_{n2}^{(1)}/K_n^{(1)} & \varepsilon_{n3}^{(1)}/K_n^{(3)} & & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

但し　E: 單位行列

$\varepsilon_{ij}^{(1)}$: 格点 j に單位荷重が載つた場合，格点 i の方程式に，$x_{1j}^{(1)}$，$x_{2j}^{(1)}$，$x_{3j}^{(1)}$………を代入したときの誤差。

$K_j^{(1)}$: 同じく載荷点 j の方程式に代入したときの k_j に相当する値。

K は ε に比して非常に大きな値で，$\left|\varepsilon_{ij}^{(1)}\right|_{max}/K_j^{(1)}$ は j 点載荷の場合の誤差率を表す。上の方法は，荷重のかゝらないある点の小さい誤差を，その点に載荷したときのタワミで消去するわけで，そのためこの逐次近似法は非常に收斂が早く，普通第2次か第3次で十分精確な値が得られる。尚，周辺が悉く自由支承である平板では，基本方程式は，二つの方程式

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M}{\partial y^2}=-1, \qquad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}=-\frac{M}{D} \qquad (M\text{: モーメント和})$$

に分けて計算出來るから，上述のタワミの代りに先づ M を求め，次に M を荷重と考えて，もう一度方程式を解くと，比較的簡單である。

何れにしても，問題は，如何にして初期値，即ち第1次近似値を求めるかで，これに対して次の二つの方法を考えた。

（1） **實測法**　平板の模型をつくり，各格点のタワミを実測して初期値とする。

（2） **網目細分法**　初め極く組い網目を組み，その方程式を普通に解き，次にその解を基にして更に細かい網目を組んで行く。新しい格点に対しては適当にタワミを推定する。

---

(14)　変断面を有する直線材及び弧形材に対する撓角撓度式及び3連又は4連モーメント式 (20分)

北海道土木試驗所　横　道　英　雄

橋梁及び構造物の骨組の計算に撓角撓度法や3連又は4連モーメント法がよく用いられるが，これは然し一定断面を有する直線材の場合に適用出來るのみで，変断面の部材の場合には最小仕事の定理又はその他の方法によらなければならないが，これは計算が複雑で多大の苦労を要するうらみがある。それで著者は変断面部材に対する撓角撓度式及びこれから誘導される3連又は4連モーメント式を求め，更にこれらの式を弧形材にも適用されるように拡張した。

即ち撓角撓度式は

$$\text{変断面直線材}\quad \left(\begin{aligned} M_{ab}&=2E(2\xi_{ab}\theta_a+\eta\theta_b-\zeta_{ab}R)-C_{ab}' \\ M_{ba}&=2E(2\xi_{ba}\theta_b+\eta\theta_a-\zeta_{ba}R)+C_{ba}' \end{aligned}\right.$$

$$\text{変断面弧形材}\quad \left(\begin{aligned} M_{ab}&=2E(2\xi_{ab}\theta_a+\eta\theta_b-\zeta_{ab}R)+\varDelta_{ab}H-C_{ab}' \\ M_{ba}&=2E(2\xi_{ba}\theta_b+\eta\theta_a-\zeta_{ba}R)-\varDelta_{ba}H+C_{ba}' \end{aligned}\right.$$

の形で表わされる。ξ, η, ζ, $\varDelta$ は材の断面及び形狀にのみ関係する常数で，C_{ab}' 等は普通の撓角撓度式における荷重項 C_{ab} 等と同じ性質のものでこれに断面の変化する影響を加味したもの，H は弧形材の水平反力である。定断面の場合には $\xi=\eta=K$，$\zeta=3K$，$C_{ab}'=C_{ab}$ 等となつて普通の撓角撓度式となる。又3連モーメント式の一般式は

変断面弧形材　$6EI_0(R_r-R_{r+1})=\beta_r l_r' M_{r-1}+2(\alpha_{r.r-1}l_r'+\alpha_{r.r+1}l_{r+1}')M_r+\beta_{r+1}l'_{r+1}M_{r+1}$
$-\gamma_{r.r-1}l_r'H_r-\gamma_{r.r+1}l'_{r+1}H_{r+1}+l_r'H'_{r.r-1}+2l_{r+1}'H_{r.r+1}$

の形で表わされる。α，β，γ は材の断面及び形状にのみ関係する常数で，l' はいわゆる換算長で $l\frac{I_0}{I_m}$ であり，H_r は弧形材 r-1〜r の不静定水平反力，$H_{r.r-1}'$ 等は荷重項である。直線材の場合は $\gamma=0$ となつて H の項が消失し，定断面又は $I\cos_\alpha$ が一定の場合には $\alpha=\beta=1$，$H'_{r.r-1}=H_{r.r-1}$ となつて普通の3連モーメント式となる。4連モーメント式についてもこれに準ずる。又弧形材に対する撓角撓度式を用いて弾性橋脚を有する連続アーチを解くことが出來るが，この場合は先年著者が提唱した如く，節点方程式及び層方程式の外に径間方程式を使用しなければならない。本講演は以上についてその概要を説明するものである。

---

(15)　フイーレンデール桁に関する方列論的考察 (15分)

東京大学(一工)　平井　敦
鹿島建設土木部　石黒　健
日本國有鉄道　○信澤利世

フイーレンデール桁の解法に当り，不静定量を弦材の水平分力 X にとると周知の如く一群の連立方程式でその解は與へられる。今下記の如き基本的な方列 $\mathbf{F}$ を導入すると上記 X は次の方列方程式の要素として與へられる。

$$\mathbf{X}=\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}+\mathbf{F}_\pi)\mathfrak{M} \qquad \cdots\cdots(1)$$

但し

$$\mathbf{F}=-\mathbf{U}\frac{1}{2}+\mathbf{V}\frac{1}{2} \qquad \cdots\cdots(2)$$

$\mathfrak{M}$は單純梁の曲ゲモーメントの方列であり[1]，$\mathbf{F}_\pi$ は $\mathbf{F}$ の要素を 180° だけ回轉した型式の方列である。

方列 $\mathbf{G}$ は一般に下に示す如き型式のものであるが，この逆方列 $\mathbf{G}^{-1}$ は，以前平井がローゼ桁に使用した級数による解[2]を更に拡張した方法で求められる。

更に上下弦材の換算長の異る場合には上記(2)式の係数 1/2 が方列の形で與へられるが，これ等の詳細は講演時に紹介したい。

上に述べた方法を用うると，設計計算が著しく簡單になるのみならずフイーレンデール桁の性質がある程度解明される事となる。

猶この種方法は一般に他の高次不静定構造物にも適用せられる。

1) 土木学会誌　26 卷，8 号，P.803
2) 土木学会誌　26 卷，9 号，P.901

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix}
2h_1'h_1+2h_1\lambda & & & \\
-2h_1'h_1 & 2h_2'h_2+\lambda(h_1+2h_2) & & \\
 & -2h_2'h_2 & 2h_3'h_3+\lambda(h_2+2h_3) & \\
 & & \ddots & \ddots \\
 & & & 2h'_{n-1}h_{n-1}+\lambda(h_{n-2}+2h_{n-1}) \\
 & & & -2h'_{n-1}h_{n-1}
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}=\begin{bmatrix}
h_1'h_1 & & & \\
-h_1'h_1 & h_2'h_2 & & \\
 & -h_2'h_2 & \ddots & \\
 & & \ddots & h'_{n-1}h_{n-1} \\
 & & & -h'_{n-1}h_{n-1}
\end{bmatrix}
\qquad
\mathbf{G}=\begin{bmatrix}
p_1 & q_1 & & & \\
q_1 & p_2 & q_2 & & \\
 & q_2 & p_3 & \ddots & \\
 & & \ddots & \ddots & q_{n-1} \\
 & & & q_{n-1} & p_n
\end{bmatrix}$$