$$\times\sin\left(\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot t-\tan^{-1}\frac{\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}}{k}\right)\Bigg]\cdot\frac{\cos\{\alpha(x-\xi)\}}{\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}}\cdot d\alpha$$

(3) 無限版

$$\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4}+\frac{1}{b_1^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+2k\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)=\frac{1}{b_2^2}\phi(x,y;t),\ \begin{matrix}-\infty<x<\infty,\\-\infty<y<\infty,\end{matrix}\ t>0$$

$$\omega=\frac{b_1}{2\pi}e^{-kt}\cdot\iint_{-\infty}^{\infty}d\zeta_1 d\zeta_2\int_0^\infty\Bigg[\frac{b_1^2}{b_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot(t-\tau)\}\phi(\beta,\gamma;\tau)d\tau$$

$$+\{2kf(\beta,\gamma)+g(\beta,\gamma)\}\cdot\sin(\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot t)-f(\beta,\gamma)\cdot\lambda^2\cdot\sin\left(\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot t\right.$$

$$\left.-\tan^{-1}\frac{\sqrt{\lambda^4-k^2}}{k}\right)\Bigg]\frac{1}{\sqrt{\lambda^4-k^2}}J_0(\sqrt{b_1}\sqrt{\zeta_1^2+\zeta_2^2}\cdot\lambda)\lambda\, d\lambda$$

但し $\lim\omega(x,y;t)=f(x,y)$, $\lim_{t\to 0}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\omega(x,y;t)\right\}=g(x,y)$　$\beta=x+b_1\zeta_1$　$\gamma=y+b_1\zeta_2$　とする。

(4) 弾性支床上の無限版

$$\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4}+\frac{1}{b_1^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+2k\frac{\partial\omega}{\partial t}+\lambda_0^2\right)\omega=\frac{1}{b_2^2}\phi(x,y;t)\ \begin{matrix}-\infty<x<\infty,\\-\infty<y<\infty,\end{matrix}\ t>0$$

$$\omega=\frac{b_1}{2\pi}e^{-kt}\iint_{-\infty}^{\infty}d\zeta_1 d\zeta_2\int_0^\infty\Bigg[\frac{b_1^2}{b_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot(t-\tau)\}\phi(\beta,\gamma,\tau)\cdot d\tau$$

$$+\{2k\cdot f(\beta,\gamma)+g(\beta,\gamma)\}\cdot\sin(\sqrt{\lambda^4+\lambda_0-k^2}\cdot t)-f(\beta,\gamma)\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2}$$

$$\times\sin\left(\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot t-\tan^{-1}\frac{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}}{k}\right)\Bigg]\cdot\frac{1}{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}}\times J_0(\sqrt{b_1}\sqrt{\zeta_1^2+\zeta_2^2}\cdot\lambda)\lambda\, d\lambda$$

この研究については，文部省より科学研究費の援助を載いたことをここに附記し謝意を表す。

---

(13) 階差法による平板の一逐次近似解法 (20分)

岐阜医工科大学　四野宮哲郎

平板の数値解法，特に階差法は，あらゆる形，荷重，境界條件に適用出來る優れた解法であるが，その唯一つの欠点は，網目を粗くすれば，誤差が大きくなり，細かくすれば，非常に元数の多い連立方程式を解かねばならぬことである。本論文は，スラブ橋等の土木構造物が，多くは移動荷重を受け，各種の荷重の位置に対して計算せねばならぬことに着目し，各種の荷重の位置に付て同時に解を得る，收斂速かな，一つの逐次近似解法を述べ特にその初期値の決め方について，二つの方法を提案したものである。

平板を適当な網目に分けたときの格点に， 1, 2, 3,……n，と番号をつけ，格点 i に單位集中荷重が載つた場合の，格点 j のタワミを xij (i,j=1, 2, 3, ……n) とすれば，これ等は平板の基本方程式

$$\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\zeta}{\partial y^4}=0\qquad(i\neq j\ \text{の場合})$$

$$=\frac{1}{D}\qquad(i=j\ \text{の場合})$$

(ζ: タワミ　D: 平板剛度)

に相当する階差方程式，即ち次のような形の n 組の連立 n 元一次方程式を満足しなければならない。

$$\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&\cdots&a_{2n}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&\cdots&a_{3n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&a_{n3}&\cdots&a_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{11}&x_{12}&x_{13}&\cdots&x_{1n}\\x_{21}&x_{22}&x_{23}&\cdots&x_{2n}\\x_{31}&x_{32}&x_{33}&\cdots&x_{3n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\x_{n1}&x_{n2}&x_{n3}&\cdots&x_{nn}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}h_1&0&0&\cdots&0\\0&h_2&0&\cdots&0\\0&0&h_3&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&0&0&\cdots&h_n\end{bmatrix}$$

(a_{ij}: 係数　h_i: i 点の D に反比例する数)

この式の右辺の行列の各列に相当する，n 組の連立方程式の各の解を求めれば，これ等を組合せることに依つて，あらゆる荷重狀態に対して，各格点のタワミを求めることが出來る。

さてこの n 組の連立方程式に対し，第1次近似値，$x^{(1)}_{ij}$を得たとする，然るときは次のようにして，第2次近似値，$x^{(2)}_{ij}$ を求めることが出來る。

$$\begin{bmatrix} x^{(2)}_{11} & x^{(2)}_{12} & x^{(2)}_{13} & \cdots & x^{(2)}_{1n} \\ x^{(2)}_{21} & x^{(2)}_{22} & x^{(2)}_{23} & \cdots & x^{(2)}_{2n} \\ x^{(2)}_{31} & x^{(2)}_{32} & x^{(2)}_{33} & \cdots & x^{(2)}_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x^{(2)}_{n1} & x^{(2)}_{n2} & x^{(2)}_{n3} & & x^{(2)}_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(1)}_{11} & x^{(1)}_{12} & x^{(1)}_{13} & \cdots & x^{(1)}_{1n} \\ x^{(1)}_{21} & x^{(1)}_{22} & x^{(1)}_{23} & \cdots & x^{(1)}_{2n} \\ x^{(1)}_{31} & x^{(1)}_{32} & x^{(1)}_{33} & \cdots & x^{(1)}_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x^{(1)}_{n1} & x^{(1)}_{n2} & x^{(1)}_{n3} & & x_{nn} \end{bmatrix} \left\{ E - \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon^{(1)}_{12}/K^{(1)}_1 & \varepsilon^{(1)}_{13}/K^{(1)}_1 & \cdots & \varepsilon^{(1)}_{1n}/K^{(1)}_1 \\ \varepsilon^{(1)}_{21}/K^{(1)}_2 & 0 & \varepsilon^{(1)}_{23}/K^{(1)}_2 & \cdots & \varepsilon^{(1)}_{2n}/K^{(1)}_2 \\ \varepsilon^{(1)}_{31}/K^{(1)}_3 & \varepsilon^{(1)}_{32}/K^{(1)}_3 & 0 & \cdots & \varepsilon^{(1)}_{3n}/K^{(1)}_3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varepsilon^{(1)}_{n1}/K^{(1)}_n & \varepsilon^{(1)}_{n2}/K^{(1)}_n & \varepsilon^{(1)}_{n3}/K^{(3)}_n & & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

但し　E: 單位行列

$\varepsilon^{(1)}_{ij}$: 格点 j に單位荷重が載つた場合，格点 i の方程式に，$x^{(1)}_{1j}$，$x^{(1)}_{2j}$，$x^{(1)}_{3j}$………を代入したときの誤差。

$K^{(1)}_j$: 同じく載荷点 j の方程式に代入したときの k_j に相当する値。

K は ε に比して非常に大きな値で，$\left|\varepsilon^{(1)}_{ij}\right|_{max}/K^{(1)}_j$ は j 点載荷の場合の誤差率を表す。上の方法は，荷重のかゝらないある点の小さい誤差を，その点に載荷したときのタワミで消去するわけで，そのためこの逐次近似法は非常に收斂が早く，普通第2次か第3次で十分精確な値が得られる。尚，周辺が悉く自由支承である平板では，基本方程式は，二つの方程式

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M}{\partial y^2}=-1, \qquad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}=-\frac{M}{D} \qquad (M\text{: モーメント和})$$

に分けて計算出來るから，上述のタワミの代りに先づ M を求め，次に M を荷重と考えて，もう一度方程式を解くと，比較的簡單である。

何れにしても，問題は，如何にして初期値，即ち第1次近似値を求めるかで，これに対して次の二つの方法を考えた。

（1） **實測法**　平板の模型をつくり，各格点のタワミを実測して初期値とする。

（2） **網目細分法**　初め極く粗い網目を組み，その方程式を普通に解き，次にその解を基にして更に細かい網目を組んで行く。新しい格点に対しては適当にタワミを推定する。

---

(14)　変断面を有する直線材及び弧形材に対する撓角撓度式及び3連又は4連モーメント式 (20分)

北海道土木試驗所　横　道　英　雄

橋梁及び構造物の骨組の計算に撓角撓度法や3連又は4連モーメント法がよく用いられるが，これは然し一定断面を有する直線材の場合に適用出來るのみで，変断面の部材の場合には最小仕事の定理又はその他の方法によらなければならないが，これは計算が複雑で多大の苦労を要するうらみがある。それで著者は変断面部材に対する撓角撓度式及びこれから誘導される3連又は4連モーメント式を求め，更にこれらの式を弧形材にも適用されるように拡張した。

即ち撓角撓度式は

変断面直線材　$\begin{cases} M_{ab}=2E(2\xi_{ab}\theta_a+\eta\theta_b-\zeta_{ab}R)-C_{ab}' \\ M_{ba}=2E(2\xi_{ba}\theta_b+\eta\theta_a-\zeta_{ba}R)+C_{ba}' \end{cases}$

変断面弧形材　$\begin{cases} M_{ab}=2E(2\xi_{ab}\theta_a+\eta\theta_b-\zeta_{ab}R)+\varDelta_{ab}H-C_{ab}' \\ M_{ba}=2E(2\xi_{ba}\theta_b+\eta\theta_a-\zeta_{ba}R)-\varDelta_{ba}H+C_{ba}' \end{cases}$

の形で表わされる。ξ, η, ζ, $\varDelta$ は材の断面及び形狀にのみ関係する常数で，C_{ab}' 等は普通の撓角撓度式における荷重項 C_{ab} 等と同じ性質のものでこれに断面の変化する影響を加味したもの，H は弧形材の水平反力である。定断面の場合には $\xi=\eta=K$, $\zeta=3K$, $C_{ab}'=C_{ab}$ 等となつて普通の撓角撓度式となる。又3連モーメント式の一般式は