よつて起るのであろうと思ふ。なおこれ等の表現には私の構想になる4次元座標[2]で表はすと便利である。

吾々土木測量で，この所謂相対性原理を適用すべき範囲は極めて精密測量の場合のみであつて，10万分の1位の精度では認められない。少くとも 1000 万分の1程度のものでなければならない様に思はれる。

さて実際の測量で，これが適用される範囲につき，私の考えついた 2，3 の例題を，その詳細は講演の時としこれが概要を述べることにする。

**その（1）** トランシット測量の内，単視法並びに複視法により，直線を延長する場合: これは距離 1000 km もある見通しのきかない陸地上に，一直線を設定する様な場合，初めて認められるもので，10 km 位の短距離には適用されない。

**その（2）** 精密水準測量の場合: これも距離 1000 km につき，誤差が僅かに 2, 3 mm 程度に納まつた様なレベリング，即ち元陸地測量部一等水準測量の場合などに適用されるのである。

**その（3）** スタヂヤ測量で，スタヂヤ定数決定法[3]の内，完全法による場合: これには不思議な累差が表はれることがある。

**その（4）** 三角測量の場合: 元陸地測量部一等三角測量等では，1つの角に対し，80 回もの観測の平均値を採り，又基線測量に対しても極めて精密のものであるが，これは累進差が機械誤差にカバーされ，相対性原理適用範囲以外のものとなる。

1) 土木学会誌　第 35 巻第2号　累進個人誤差　参照
2) 土木学会誌　第 33 巻第5.6号　洪水流量測量の補正法　参照
3) 土木学会誌　第 31 巻第2号　平板トランシット測量法　参照

---

## (12) 無限梁及び無限版の或解法について (20分)

金沢工専　喜　内　　敏

Arnold N. Lowan が無限領域の波動方程式の解法に用いた方法を応用して，梁及び版の振動を示す微分方程式より直接に，無限梁，彈性支床上の無限梁，無限版及び彈性支床上の無限版のタワミを示す式を求めたものである。即ち振動を示す微分方程式に Laplace 変換の順変換を施し，Fourier's integral formula を用いてこれを無限領域に広め，さらに Laplace 変換の逆変換を行つて解を求めた。尚有限長の梁及び版の場合については前に一般式を求めたが，この式より，座標原点を中央に移動し，Fourier's integral formula を用いて同一の結果を得ることが出來る。微分方程式とその解の基本式を示すと次の如くである。尚この解は級数に展開して他の形として示すことが出來る。

**（1） 無　限　梁**

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{1}{a_1^2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+2k\frac{\partial y}{\partial t}\right)=\frac{1}{a_2^2}\phi(x,t) \quad -\infty<x<\infty,\ t>0$$

$$y=\frac{1}{\pi}\cdot e^{-kt}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{\infty}\Bigg[\frac{a_1^2}{a_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{a_1^2\alpha^4-k^2}\,(t-\tau)\}\cdot\phi(\xi,\tau)d\tau$$

$$+\{2k\cdot f(\xi)+g(\xi)\}\sin(\sqrt{a_1^2\alpha^4-k^2}\,t)-f(\xi)\cdot a_1\alpha^2\sin(\sqrt{a_1^2\alpha^4-k^2}\cdot t$$

$$-\tan^{-1}\frac{\sqrt{a_1^2\alpha^4-k^2}}{k})\Bigg]\cdot\frac{\cos\{\alpha(x-\xi)\}}{\sqrt{a_1^2\alpha^4-k^2}}\cdot d\alpha$$

但し $\lim_{t\to 0} y(x,t)=f(x)$, $\lim_{t\to 0}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\cdot y(x,t)\right\}=g(x)$ とする。

**（2） 彈性支床上の無限梁**

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{1}{a_1^2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+2k\frac{\partial y}{\partial t}+\lambda_0^2 y\right)=\frac{1}{a_2^2}\phi(x,t), \quad -\infty<x<\infty,\ t>0$$

$$y=\frac{1}{\pi}e^{-kt}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{\infty}\Bigg[\frac{a_1^2}{a_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot(t-\tau)\}\phi(\xi,\tau)d\tau$$

$$+\{2k\cdot f(\xi)+g(\xi)\}\cdot\sin(\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot t)-f(\xi)\cdot\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2}$$

$$\times\sin\left(\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot t-\tan^{-1}\frac{\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}}{k}\right)\Bigg]\cdot\frac{\cos\{\alpha(x-\xi)\}}{\sqrt{a_1^2\alpha^4+\lambda_0^2-k^2}}\cdot d\alpha$$

(3) 無　限　版

$$\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4}+\frac{1}{b_1^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+2k\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)=\frac{1}{b_2^2}\phi(x,y;t),\ \begin{matrix}-\infty<x<\infty,\\-\infty<y<\infty,\end{matrix}\ t>0$$

$$\omega=\frac{b_1}{2\pi}e^{-kt}\cdot\iint_{-\infty}^{\infty}d\zeta_1d\zeta_2\int_0^\infty\Bigg[\frac{b_1^2}{b_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot(t-\tau)\}\phi(\beta,\gamma;\tau)d\tau$$

$$+\{2kf(\beta,\gamma)+g(\beta,\gamma)\}\cdot\sin(\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot t)-f(\beta,\gamma)\cdot\lambda^2\cdot\sin(\sqrt{\lambda^4-k^2}\cdot t$$

$$-\tan^{-1}\frac{\sqrt{\lambda^4-k^2}}{k})\Bigg]\frac{1}{\sqrt{\lambda^4-k^2}}J_0(\sqrt{b_1}\sqrt{\zeta_1^2+\zeta_2^2}\cdot\lambda)\lambda\ d\lambda$$

但し　$\lim\omega(x,y;t)=f(x,y)$,　$\lim\limits_{t\to0}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\omega(x,y;t)\right\}=g(x,y)$　$\beta=x+b_1\zeta_1$　$\gamma=y+b_1\zeta_2$　とする。

(4) 弾性支床上の無限版

$$\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4}+\frac{1}{b_1^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+2k\frac{\partial\omega}{\partial t}+\lambda_0^2\right)\omega=\frac{1}{b_2^2}\phi(x,y;t)\ \begin{matrix}-\infty<x<\infty,\\-\infty<y<\infty,\end{matrix}\ t>0$$

$$\omega=\frac{b_1}{2\pi}e^{-kt}\iint_{-\infty}^{\infty}d\zeta_1d\zeta_2\int_0^\infty\Bigg[\frac{b_1^2}{b_2^2}\int_0^t e^{k\tau}\cdot\sin\{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot(t-\tau)\}\phi(\beta,\gamma,\tau)\cdot d\tau$$

$$+\{2k\cdot f(\beta,\gamma)+g(\beta,\gamma)\}\cdot\sin(\sqrt{\lambda^4+\lambda_0-k^2}\cdot t)-f(\beta,\gamma)\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2}$$

$$\times\sin(\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}\cdot t-\tan^{-1}\frac{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}}{k})\Bigg]\cdot\frac{1}{\sqrt{\lambda^4+\lambda_0^2-k^2}}\times J_0(\sqrt{b_1}\sqrt{\zeta_1^2+\zeta_2^2}\cdot\lambda)\lambda\ d\lambda$$

この研究については，文部省より科学研究費の援助を載いたことをここに附記し謝意を表す。

---

# (13) 階差法による平板の一逐次近似解法　(20分)

岐阜医工科大学　四　野　宮　哲　郎

平板の数値解法，特に階差法は，あらゆる形，荷重，境界條件に適用出來る優れた解法であるが，その唯一つの欠点は，網目を粗くすれば，誤差が大きくなり，細かくすれば，非常に元数の多い連立方程式を解かねばならぬことである。本論文は，スラブ橋等の土木構造物が，多くは移動荷重を受け，各種の荷重の位置に対して計算せねばならぬことに着目し，各種の荷重の位置に付て同時に解を得る，收斂速かな，一つの逐次近似解法を述べ特にその初期値の決め方について，二つの方法を提案したものである。

平板を適当な網目に分けたときの格点に，1, 2, 3,……$n$，と番号をつけ，格点 i に單位集中荷重が載つた場合の，格点 j のタワミを $xij$ $(i,j=1,2,3,\ldots\ldots n)$ とすれば，これ等は平板の基本方程式

$$\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\zeta}{\partial y^4}=0\qquad(i\neq j\text{ の場合})$$

$$=\frac{1}{D}\qquad(i=j\text{ の場合})$$

($\zeta$: タワミ　　$D$: 平板剛度)

に相当する階差方程式，即ち次のような形の $n$ 組の連立 $n$ 元一次方程式を満足しなければならない。

$$\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&\cdots&a_{2n}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&\cdots&a_{3n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&a_{n3}&\cdots&a_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{11}&x_{12}&x_{13}&\cdots&x_{1n}\\x_{21}&x_{22}&x_{23}&\cdots&x_{2n}\\x_{31}&x_{32}&x_{33}&\cdots&x_{3n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\x_{n1}&x_{n2}&x_{n3}&\cdots&x_{nn}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}h_1&0&0&\cdots&0\\0&h_2&0&\cdots&0\\0&0&h_3&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&0&0&\cdots&h_n\end{bmatrix}$$

($a_{ij}$: 係数　　$h_i$: $i$ 点の $D$ に反比例する数)