

土木学会第1回年次学術講演會講演

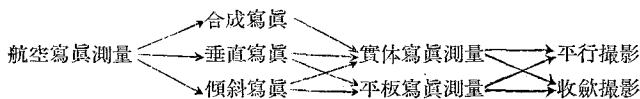
(都市計畫, 道路及測量之部 No. 5)

航空寫眞測量に於ける被覆面積に就て

會員 林 猛 雄*

1. 緒論 表題の被覆面積とは、被撮影面積 (covered area 或は area photographed) の事にして、地上測量に於ける測量面積に略相當する。

航空寫眞測量には種々の種類があり、其の大体の体系は



にて表される。此の中航空寫眞測量の定石とも云ふべきものは垂直寫眞→實體寫眞測量→平行撮影である。被覆面積、縮尺、精密度等が之等の種類に依て大に影響を受けることは勿論である。

2. 傾斜寫眞測量に於ける被覆面積 航空寫眞測量の一般的な場合は傾斜寫眞測量にして、垂直寫眞測量は其の特別の場合である。今図-1 及図-2 に於て、

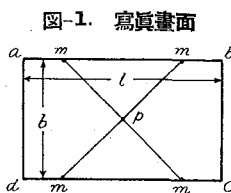
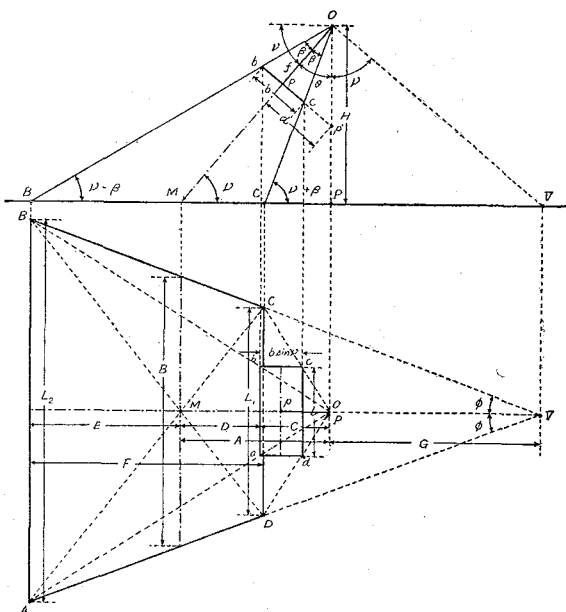


図-2. 傾斜寫眞測量の被覆面積

- abcd: 寫眞畫面 (picture plane),
- m: 畫面標識 (picture marks or index marks),
- p: 畫面主點 (picture principal point), $ab=dc=l$: 寫眞畫面の(有效)長邊,
- $ad=bc=b$: 寫眞畫面の(有效)短邊,
- O: 撮影寫眞器の對物レンズの主點, 即ち, 光学中心 (optical center),
- f: 撮影寫眞の畫面距離 (picture distance), 即ち對物レンズの焦點距離,
- m: 地上主點 (ground principal point),
- H: (相對) 撮影高度 (relative photographing altitude),
- F: 寫眞上天底點 (photo plumb point),
- P: 地上天底點 (ground plumb point or nadir point),
- S: 撮影寫眞の縮尺,
- ν : 寫眞器軸の俯角 (depression angle),
- $90^\circ - \nu = \theta$: 寫眞器軸の垂直偏倚角 (angle of tilt),
- α 及 β : 撮影寫眞器の長邊及短邊方向に於ける視域角 (angle of field) の 1/2,
- $f \tan \theta = d$: 寫眞上天底距離 (photo nadir distance),
- V: 消點 (vanishing point),



* 北海道帝國大学助教授 工学士 (昭和 12 年 4 月 11 日講演)

とすれば

$$\begin{aligned}
 A &= H \cot \nu, & B &= \frac{l}{f \sin \nu} \cdot H, & C &= \frac{2f \cot \nu - b}{b \cot \nu + 2f} \cdot H, \\
 D &= A - C = \frac{1 + \cot^2 \nu}{b \cot \nu + 2f} \cdot bH, & E &= \frac{1 + \cot^2 \nu}{2f - b \cot \nu} \cdot bH, \\
 F &= D + E = \frac{4f \operatorname{cosec}^2 \nu}{4f^2 - b^2 \cot^2 \nu} \cdot bH = \frac{4fb}{4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu} \cdot H, \\
 G &= H \tan \nu, & L_1 &= \frac{2l}{2f \sin \nu + b \cos \nu} \cdot H, \\
 L_2 &= \frac{2l}{2f \sin \nu - b \cos \nu} \cdot H, & \tan \phi &= \frac{l \cos \nu}{2f}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

被覆面積 X_ν は

$$X_\nu = \frac{L_1 + L_2}{2} \cdot F = \frac{L_1 + B}{2} \cdot D + \frac{B + L_2}{2} \cdot E = \frac{16blf^2 \sin \nu}{(4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu)^2} \cdot H^2 \tag{2}$$

$$\frac{bl}{f^2} \cdot H^2 = X_{\nu=90^\circ} \text{ とすれば,}$$

$$X_\nu = \frac{16f^4 \sin \nu}{(4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu)^2} \cdot X_{\nu=90^\circ} \tag{3}$$

にて示される。故に之等の公式より次の結論を得る。

- (1) 一定の撮影寫眞器、即ち f 及 α, β の一定な場合及傾斜角 ν 或は θ の一定な場合、被覆面積は撮影高度の 2 乗に比例する。
- (2) 同一寫眞器及同一高度にては、其の被覆面積は俯角 ν に反比例し、従つて又垂直偏倚角 θ に比例する。殊に $\theta > 30^\circ$ と成れば急激に増加する。
- (3) 寫眞の縮尺は目的點の位置に依て異なり、目的光線の垂直偏倚角 θ に反比例する。同一の θ を有する線上にては縮尺一定である。
- (4) 傾斜寫眞の平均縮尺 (mean scale) S_m は次式で示される。

$$S_m = f/OM = f \cdot \sin \nu / H \tag{4}$$

3. 垂直寫眞測量に於ける被覆面積 公式 (2) 或は (3) に於て、 $\nu = 90^\circ$ 即ち $\sin 90^\circ = 1$ 及 $\cos 90^\circ = 0$ と置けば、

其の被覆面積 $X_{\nu=90^\circ}$ は

$$X_{\nu=90^\circ} = \frac{bl}{f^2} \cdot H^2 = \frac{bl}{S^2} \tag{5}$$

$$\text{又 } l = 2f \tan \alpha, \quad b = 2f \tan \beta \tag{6}$$

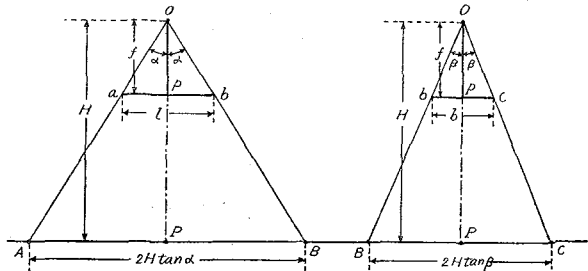
$$lb = 4f^2 \tan \alpha \tan \beta,$$

$$\begin{aligned}
 \therefore X_{\nu=90^\circ} &= \frac{4f^2 \tan \alpha \tan \beta}{S^2} \\
 &= 4 \tan \alpha \tan \beta \cdot H^2 \tag{7}
 \end{aligned}$$

故に之等の公式より次の結論を得る。

- (1) 一定の撮影寫眞器即ち f 及 α, β の一定な場合、被覆面積は撮影高度の 2 乗に比例し、寫眞の縮尺は撮影高度に反比例する。
- (2) 撮影高度一定な場合、撮影寫眞器のレンズ異なれば、一定型の寫眞原板に對しては被覆面積はレンズの焦點距離の 2 乗に反比例し、 $\tan \alpha \tan \beta$ に比例する。

圖-3. 垂直寫眞測量の被覆面積



(3) 同じく高度一定の場合、一定の視域角を有するレンズに於ては、被覆面積はレンズの焦点距離に關係無く同一である。

更に被覆面積に直接關係を有するものは、(1) 寫眞の分解力 (resolving power) 及 (2) 位置誤差即ち精密度である。圖-4 に於て O_0 : 地上天底點, LL: 基準面とすれば、基準面上 Δh に在る任意の點 P の位置誤差 v は

$$v = \Delta h \frac{R}{H - \Delta h} = \Delta h \frac{r}{f} \dots\dots\dots(8)$$

反對に基準面以下 $\Delta h'$ に在る任意の點 Q の位置誤差 v' は、

$$v' = \Delta h' \frac{R'}{H + \Delta h'} = \Delta h' \frac{r'}{f} \dots\dots\dots(9)$$

なる故、(1) 地表面の高低差に依る位置誤差は撮影高度に反比例し、(2) 天底點よりの距離に正比例する。(3) 天底點に於ては位置誤差無く、(4) 其の他の點にては天底點よりの放射線の方向に位置誤差を生ずる。従つて誤差即ち精密度は天底點を中心とする同心円にて表され、一定の高低差に對しては円の小さな程精密度高く、等精密度なる爲には円の小さな程地形上の制限が少い。圖-5 は此の一例である。

斯の如く同心円内の被覆面積を**有效被覆面積** (effective covered area) と云ふ。

4. 垂直寫眞測量以外の特別な場合 垂直寫眞測量以外の特定傾斜に對する場合を述べる豫定。

5. 傾斜實體寫眞測量に於ける被覆面積 實體寫眞測量の場合は相隣る撮影寫眞に共通な部分、即ち**重複部分** (overlap) が被覆面積と成る。

圖-6 に於て B_1 を撮影基線とし、

$$B_1 = \frac{OM^{(1)}}{m} = \frac{H}{m \sin \nu} \dots\dots\dots(10)$$

或は $B_1 = \frac{B}{n} = \frac{l}{nf \sin \nu} \cdot H$, 但し m, n は係數 $\dots\dots\dots(11)$

なる如く採れば、

$$m = nf/l, \quad n = lm/f \dots\dots\dots(12)$$

其の被覆面積 X_v は

$$X_v = 4bf \frac{4f^2 \sin^2 \nu (lm - f) + b^2 \cos^2 \nu}{m \sin \nu (4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu)^2} \cdot H^2 = 4bl \frac{4f^2 \sin^2 \nu (n - 1) + b^2 \cos^2 \nu}{n \sin \nu (4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu)^2} \cdot H^2 \dots\dots\dots(13)$$

及
$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{2lf \sin \nu (n - 1) - lb \cos \nu}{nf \sin \nu (2f \sin \nu + b \cos \nu)} \cdot H, & L_2 &= \frac{2lf \sin \nu (n - 1) + lb \cos \nu}{nf \sin \nu (2f \sin \nu - b \cos \nu)} \cdot H, \\ F &= \frac{4fb}{4f^2 \sin^2 \nu - b^2 \cos^2 \nu} \cdot H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

(1) 圖-2 参照。

圖-4. 地表面の傾斜或は凹凸に基づく位置誤差

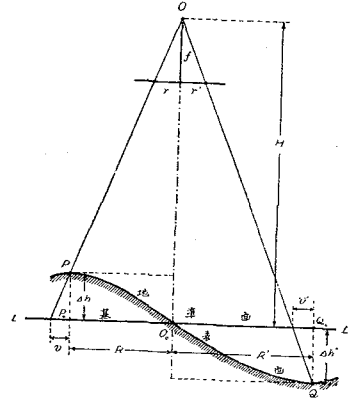


圖-5. 凹凸地に於て位置誤差 $v = 0.1$ mm なる爲の畫面區域及高低差の制限の一例

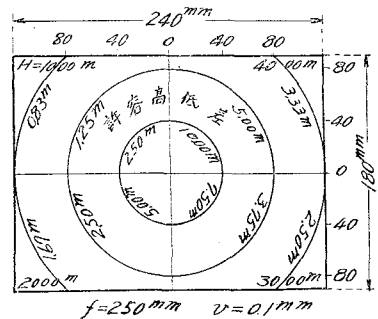
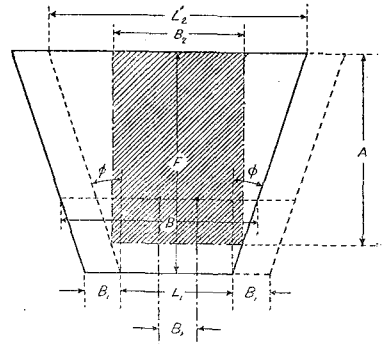


圖-6. 傾斜實體寫眞測量の被覆面積



此の梯形被覆面積中に内接する矩形中最大面積を有するもの(図-6の $A \times B_2$) が有効被覆面積として採られる。

$$B_2 = \frac{L_2}{2}, \quad A = \frac{L_2 F}{2(L_2 - L_1)}, \quad X_{\nu} = AB_2 = \frac{L_2^2 F}{4(L_2 - L_1)} \dots\dots\dots(15)$$

此の基邊 B_2 は相隣の 1 對畫面の間隔となり、此の A は飛行間隔 (Flying distance) と成る。

6. 垂直實体写真測量に於ける被覆面積 公式 (11), (13) 及 (14) に於て $\nu = 90^\circ$ と置けば、

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{H}{m} = \frac{l}{nf} \cdot H, & L_1 = L_2 &= \frac{l(n-1)}{nf} \cdot H, & F &= \frac{b}{f} \cdot H, \\ X_{\nu=90^\circ} &= \frac{bl(n-1)}{f^2 n} \cdot H^2 = \frac{b(lm-f)}{mf^2} \cdot H^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

を得るが、垂直實体写真測量の場合には係数 m, n の代りに重複度 $q(\%)$ を用ひるを便宜とする。此の兩者の關係は

$$m = \frac{100f}{ql}, \quad n = \frac{100}{q} \dots\dots\dots(17)$$

にて表される。

図-7 に示す如く垂直實体写真の連続撮影を行ふ場合、最も能率良く地表面を蓋ふには、

$$\left. \begin{aligned} q(100-q) &= a_{\max}^*, \quad \text{即ち } q = 50\% \\ n &= 2, \quad m = 2f/l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

の場合にて、今一般に

- B : 撮影間隔即ち基線 (photographing distance or base),
- q_1 : 飛行方向の前後或は縦重複 (fore-and-aft or longitudinal overlap) ($\%$),

とすれば, $B = \frac{b}{f} \frac{100-q_1}{100} \cdot H \dots\dots\dots(19)$

- A : 飛行間隔, q_2 : 飛行列間の横重複 (lateral overlap) ($\%$),

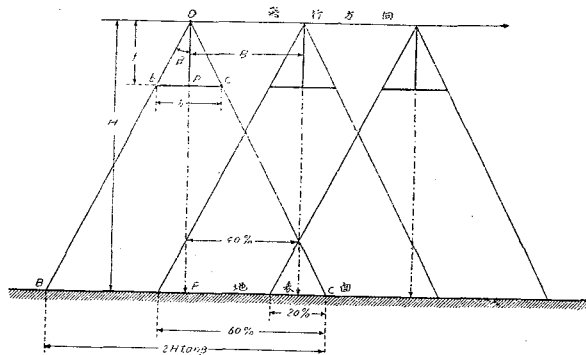
とすれば, $A = \frac{l}{f} \frac{100-q_2}{100} \cdot H \dots\dots\dots(20)$

故に被覆面積 $X_{\nu=90^\circ}$ は次式にて示される。

$$X_{\nu=90^\circ} = A \times B = \frac{lb}{f^2} \frac{100-q_1}{100} \cdot \frac{100-q_2}{100} \cdot H^2 \dots\dots\dots(21)$$

(註: 本文の詳細に就ては土木學會誌第 23 卷第 8 號を参照されたい)

図-7. 垂直實体写真の連続撮影



* 実際の場合には安全の爲 $q=60\%$ とする。