

橋梁トラスの剛節に依り生ずる二次応力に就て (第2報)

(On Secondary Stresses in the Frame of Bridge Trusses due to Rigidity of Joints (the second report).)

會員 工学博士 鷹 部 屋 福 平*

會員 酒 井 忠 明**

1. 緒言 本文は第3回工学会大會にて報告せるものゝ続報にして、橋梁トラスの剛節により生ずる二次応力の簡易算定法に關する其の後の研究になるものを述べるものである。

前報に於て述べし如く、任意トラスの材端曲げモーメント M は、其の基準型トラスに就て求めた材端曲げモーメント M_0 より、次式の關係を用ひて直ちに求めることが出来る。

$$M = \frac{k}{\alpha} \cdot M_0 \dots \dots \dots (1)$$

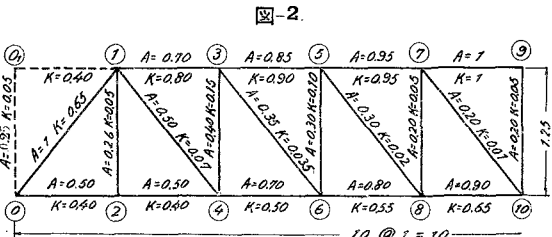
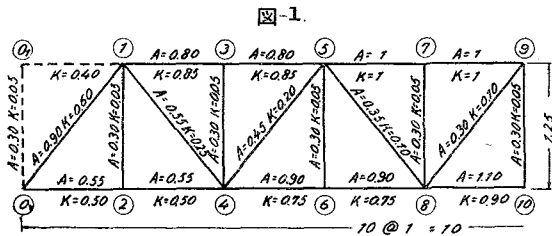
茲に k は中央上弦材の剛度の比、 α は其の部材の断面積の比を示す。

図-1、図-2 は格間數 10 なる直弦ワーレン並にプラットの基準型トラスを示すものであり、格間數 10 以下のものに對しては、此の図に於て中央の 2 格間を取り去りしものを 8 格間の、4 格間を取り去りしものを 6 格間の、6 格間を取り去りしものを 4 格間の夫々基準型とした。

而して是等の格間數 10 以下の基準型トラスに對しては、既に種々なる載荷状態に於ける材端曲げモーメントを算出し、図表を作成したるものにして是等は土木学会誌第 23 卷第 3 號 p. 269-278 に所載せるものを参照されたい。

尙既往に於て二次応力の算定されたトラスは、總て之に相似なるトラスの基準型となり得るものである。

此の基準型トラスの曲げモーメント表によつて求めた値は、其のトラスが基準型トラスと其の形状各部材の剛度及断面積に於て大体相似なる時は正確なものである。本文に於ては相似ならざる場合にも基準型トラスの曲げモーメント表を使用し得る様、其の補正方法と、上路直弦トラスへの應用を述べる。



* 北海道帝國大学教授
 ** 同助教授 工学士 (昭和 12 年 4 月 10 日講演)

2. 曲げモーメント表の剛度補正 腹材に於ける剛度は其の断面積同一であつても断面形によつて剛度が変わるので、従つて基準型トラスに示すものと異なる剛度比を有する場合がある。腹材に於ける剛度は弦材に比して小であり、其の変化の節點の撓角に與へる影響は小である。従つて其の部材の曲げモーメントのみは其の剛度に比例すると見做し得。即ち図-1 に於て部材 1-2 の剛度のみが β 倍になつた場合は、此の部材の材端曲げモーメント M は次式で示される。

$$M = \beta \cdot M_0 \dots\dots\dots(2)$$

茲に M_0 は基準型トラスに於ける該當部材の材端曲げモーメントを示す。

此の補正の結果節點 1 及 2 に於ては、 $\Sigma M = 0$ なる釣合條件が亂されるが、此の誤差は其の節點に集まる各部材へ其の剛度の大きさに応じて按分する。又節點 1 及 2 に於ける材端曲げモーメント補正の、他の節點に集まる部材の材端曲げモーメントへ及ぼす影響は Hardy Cross 氏の“Moment distribution method”によりても求めることが出来るが之を無視するも實用上何等差支へない。又釣合補正をも省略して差支へない場合が多い。

3. 曲げモーメント表の断面補正 部材中、補助垂直材の断面積が基準型のものと相似でない場合があり、此の部材の断面積の変化は材端曲げモーメントに相當大なる影響を與へるもので、此の補正が必要である。

図-7 に於て荷重が節點 2 にある場合、部材 1-2 の断面積の変化は各部材の材端曲げモーメントに影響を與へる。今基準型トラスに於ける部材 1-2 の断面積が A_0 にして、荷重が部材 1-2 の上の節點及下の節點にある場合の任意部材の材端曲げモーメントを夫々 M_u 及 M とすれば、部材 1-2 の断面積が A に變じた場合、節點 2 に於ける荷重による曲げモーメント M は次式により直ちに求められる。

$$M = M_u + (M_l - M_u) \frac{A_0}{A} \dots\dots\dots(3)$$

上式に於て M_u は部材 1-2 の断面積には無關係であり、 $M_l - M_u$ は部材 1-2 の伸びのみによる材端曲げモーメントを示し之は其の断面積に反比例する。従つて此の断面積が A なる場合、節點 2 の荷重による曲げモーメントは上式で與へられる。荷重が節點 1 にある場合には部材 1-2 の断面積の変化は曲げモーメントに影響を及ぼさぬ。次に荷重が節點 3 にある場合、部材 3-4 の断面積が A_0 から A になつた場合の任意部材の曲げモーメントは上式を得たと同様な考へによつて

$$M = M_l + (M_u - M_l) \frac{A_0}{A} \dots\dots\dots(3')$$

4. 上路トラスの二次応力算定 現在作成せる曲げモーメント図表は下路直弦トラスに對してのものであるが、上路トラスに對しても之を使用することが出来る。

即ち、図-1 及 図-2 に於て部材 0_1-1 及 $0-0_1$ の影響は之に接せる部材以外のものに對しては無視することが出来、従つて部材 0_1-1 及 $0-0_1$ の影響を無視し得る部材に對しては、下路トラスの図表を其の儘使用し得るものである。

図-5 及 図-6 は任意の節點に載荷された單荷重による部材 0_1-1 及 $0-0_1$ に於ける材端曲げモーメントを示すものである。プラットトラスに於ては 2 以外の下弦節點に載荷せる場合は其の直上の上弦節點に載荷せる場合と是等の部材の曲げモーメントは等しきものなり、是等の部材以外のものにして節點 1 及 0 に集る部材の材端曲げモーメント M_{01} , M_{02} , M_{10} , M_{12} , M_{14} 及 M_{13} は下路トラスの場合の値を次の如く訂正して求める。即ち節點 0 及 1 に於ては夫々 M_{001} , M_{101} の新に加はる爲、下路トラスの場合の値を其の儘とる時は節點 0 及 1 に於て、夫々 $\Sigma M = M_{001}$, $\Sigma M = M_{101}$ となり零とならず。よつて此の誤差は部材 0_1-1 及 $0-0_1$ 以外の部材に對して其の剛度に

応じて按分する。

尙是等の附図に於ける曲げモーメントは格間数 10 なるトラスに對するものであるが、他の格間数のトラスに對するものは別に用意する必要がなく其の曲げモーメントは此の格間数 10 なるトラスに於けるものより求めることが出来る。

表-1 は下路ワーレン型トラスに於て上弦の全節點に單位荷重のある場合、各格間數に對する材端曲げモーメント M_{13} , M_{10} , M_{12} 及 M_{01} を示すものであるが滿載荷重による任意部材の材端曲げモーメントの大きさは其のトラスの全格間數に比例し大体に於て格間數 10 のものに對して 8, 6 及 4 のものは各々其の 0.8, 0.6 及 0.4 倍である。最大、最小の曲げモーメントに就ても同様である。

又表-2 は同じく其等のトラスに於て節點 2 に單位荷重のある場合の材端曲げモーメント M_{02} , M_{20} , M_{24} 及 M_{42} を示すものであるが之によつて、單荷重による場

表-1.

格間數	M_{13}	M_{10}	M_{12}	M_{01}
10	-26.37	10.69	4.52	10.16
8	-21.79	9.12	3.50	8.37
6	-17.13	7.64	2.54	6.76
4	-12.33	5.91	1.52	4.79

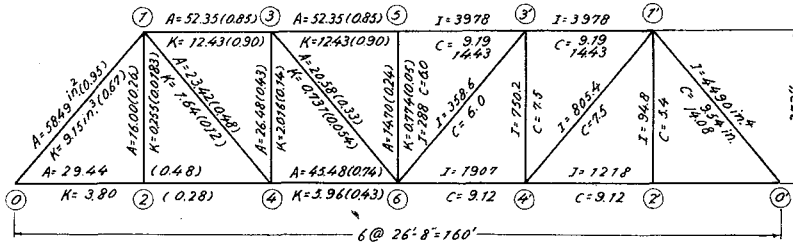
表-2.

格間數	M_{02}	M_{20}	M_{24}	M_{42}
10	-8.50	-14.55	14.42	9.29
8	-8.49	-14.64	14.55	9.49
6	-8.49	-14.69	14.64	9.57
4	-8.23	-14.45	14.49	9.61

合には其の荷重が最も影響を與へる位置にある時、其の材端曲げモーメントはトラスの全格間數には殆ど關係どなしと見做すことが出来る。

5. 計算例題 (1) 図-3 に示す如き 6 径間プラット型トラスに於て、下弦節點活荷重 1000 lbs による各部材の材端曲げモーメントを図表を使用して求め、之に依る部材の二次応力の直接応力に對する比を百分比にて示せば次の如し。但し弦材に於ける曲げモーメントのみは滿載荷重によるものをつた。

図-3.



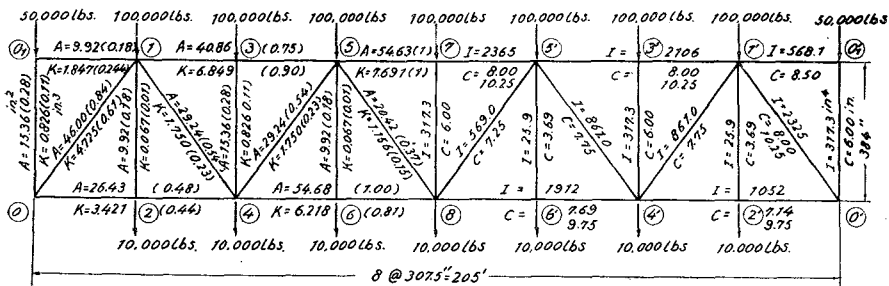
圖に於て A : 斷面積, I : 慣性モーメント, K : 剛度即ち I/l , C : 縁維距離。括弧内の數値は各部材の斷面比及剛度比を示す。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{01} &= 8.2(7.5), & \sigma_{10} &= 8.3(5.1), & \sigma_{13} &= 12.3(9.2), & \sigma_{31} &= 15.2(15.2), & \sigma_{35} &= 9.1(8.0) \\
 \sigma_{33} &= 8.8(10.6), & \sigma_{02} &= 22.2(20.3), & \sigma_{20} &= 22.0(21.2), & \sigma_{24} &= 18.3(19.0), & \sigma_{42} &= 2.6(1.6) \\
 \sigma_{46} &= 7.7(6.6), & \sigma_{64} &= 22.0(20.3), & \sigma_{21} &= 17.3(19.5), & \sigma_{12} &= 15.5(17.3), & \sigma_{43} &= 41.5(40.1) \\
 \sigma_{34} &= 43.2(42.7), & \sigma_{14} &= 8.8(8.5), & \sigma_{41} &= 7.7(4.1), & \sigma_{36} &= 9.8(8.7), & \sigma_{63} &= 6.1(3.8)
 \end{aligned}$$

茲に括弧内の數字は Johnson 氏の與へた計算値である。此の例題に於ては $k=12.43/0.90$, $\alpha=52.35/0.85$ にして $k/\alpha=0.224$ であり、節點活荷重は 1000 lbs なる故基準型トラスの圖表の値に $0.224 \times 1000 = 224$ を乗じて此のトラスの材端曲げモーメントを算出し、尙部材 0-2, 2-4, 1-4 及 3-6 に對しては剛度補正をなした。

6. 計算例題 (2) 図-4 に示す如き 8 径間上路ワーレントラスの各部材の材端曲げモーメントを圖表により計算し、之による二次応力の許容応力に對する比を百分比にて示せば次の如し。但し載荷状態は圖示の如く、又許容

図-4.



$\sigma_{01} = 6.9(6.2)$	$\sigma_{10} = 4.5(4.1)$	$\sigma_{13} = 10.9(10.6)$	$\sigma_{31} = 16.4(18.3)$	$\sigma_{36} = 17.2(20.2)$
$\sigma_{33} = 2.4(5.6)$	$\sigma_{37} = 6.1(7.6)$	$\sigma_{75} = 17.0(18.2)$	$\sigma_{02} = 9.0(9.0)$	$\sigma_{20} = 6.0(8.1)$
$\sigma_{24} = 5.1(6.0)$	$\sigma_{42} = 13.3(12.9)$	$\sigma_{46} = 1.1(0.4)$	$\sigma_{04} = 10.2(9.6)$	$\sigma_{08} = 9.9(9.3)$
$\sigma_{36} = 5.8(7.0)$	$\sigma_{010} = 8.7(7.8)$	$\sigma_{001} = 10.1(7.6)$	$\sigma_{12} = 12.2(11.9)$	$\sigma_{21} = 13.1(12.7)$
$\sigma_{34} = 14.5(12.1)$	$\sigma_{43} = 12.9(10.3)$	$\sigma_{36} = 6.1(5.1)$	$\sigma_{65} = 6.9(5.5)$	$\sigma_{78} = \sigma_{87} = 0(0)$

応力としては上弦材の平均直接応力 13 000 lbs/in² をとつた。

括弧内の数値は図表によらず直接計算せるものである。

此の例題に於ては $k/\alpha = 7.69/54.63 = 0.141$ である。又節點 2, 6, 6' 及 2' の荷重に對しては部材 1-2, 5-6, 5'-6' 及 1'-2' の断面補正をなし、部材 0-0, 1-2, 3-4, 5-6, 5-8 及 0₁-1 の材端曲げモーメントに對しては剛度補正をなし更に節點に於ける釣合補正も行つた。部材 0₁-1 及 0₁-0 の曲げモーメントは格間數 10 なる場合の 0.8 倍をとつた。

図-5. Joint Moment in Deck Warren Truss with 10 Panels

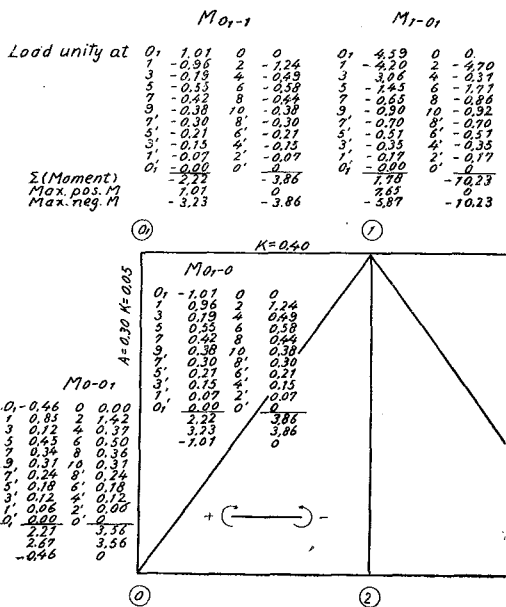
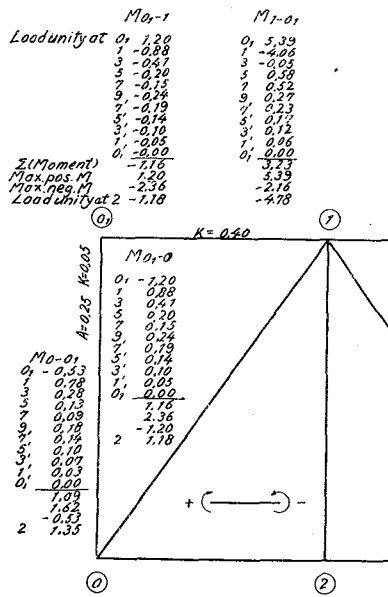


図-6. Joint Moment in Deck Pratt Truss with 10 Panels



7. 結 語 以上の如き計算例題に於ては、基準型トラスの曲げモーメント図表使用による二次応力は直接計算するものと良く近似せるもので、直接応力又は許容応力に對して最大 3% の誤差を見るにすぎない。而も其の算定法は極めて簡易である。

尙剛度補正及断面補正の詳細並に二次応力の種々なる特性に關しては土木學會誌第 23 卷第 3 號 P. 251~286 に所載の“橋梁トラスの剛節により生ずる二次応力の新算定法と其の二三の特性に就て”を参照されたい。
