

土木学会第1回年次学術講演會講演
(橋梁及一般構造物之部 No. 7)

ラーメン及アーチに於ける支點固定度の影響

會員 江 藤 禮*

1. 緒 言

ラーメンに於て柱脚下端の固定度が曖昧な場合があり得る。次に肋式アーチに於て支點の固定度を任意に選び得ると假定する。応力計算に當り之が如何なる影響を有するかを吟味して見る。今何らかの方法で固定度が求められるものとし、之を表示するに單位モーメントによる回転角 ε を用ひる。但し支點は移動に對して剛、回転に對してのみ弾性的とする。完全固定端にては $\varepsilon=0$ で、鉸端にては $\varepsilon=\infty$ となる。

2. ラ ー メ ン

図-1 (a) にて直交座標軸の原点には弾性量の重心 G を用ふ。

$$e = h \frac{(1+k)}{(1+2k)}, \quad g = h \frac{k}{(1+2k)} \quad \text{但し} \quad k \equiv \frac{h}{l} \frac{I_1}{I_h}$$

一般に弾性方程式は次の如く表される。

$$\left. \begin{aligned} \delta_a &= \delta_{0a} - \delta_{aa} X_a - \delta_{ab} X_b - \delta_{ac} X_c \\ \delta_b &= \delta_{0b} - \delta_{ab} X_a - \delta_{bb} X_b - \delta_{bc} X_c \\ \delta_c &= \delta_{0c} - \delta_{ac} X_a - \delta_{bc} X_b - \delta_{cc} X_c \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{茲に,} \quad \delta_a = \varepsilon(X_a - X_{ce}), \quad \delta_b = \varepsilon(X_b - X_{ce}), \quad \delta_c = -\varepsilon(\delta_a + \delta_b) \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{之を解いて} \quad X_c = \frac{\delta_{0c}' + \varepsilon(\delta'_{0a} + \delta'_{0b})\phi}{\frac{h^2}{(1+2k)} \left\{ \frac{k(2+k)}{3} + (1+k)^2\phi \right\}} \dots \dots \dots (3)$$

$$X_a = \frac{\delta'_{0a} + \delta'_{0b} + 2\varepsilon' e X_c}{1+2k+2\varepsilon'} + \frac{3(\delta'_{0a} - \delta'_{0b})}{1+6k+6\varepsilon'} \dots \dots \dots (4)$$

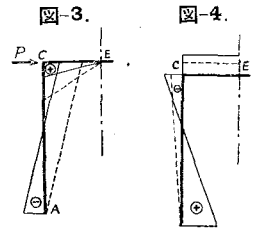
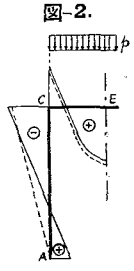
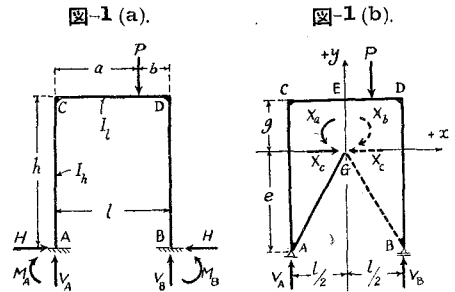
$$\text{但し} \quad \delta'_{ik} \equiv \delta_{ik} \frac{EI_1}{l}, \quad \varepsilon' \equiv \varepsilon \frac{EI_1}{l}, \quad \phi \equiv \frac{2\varepsilon'}{1+2k+2\varepsilon'}$$

(1) 鉛直荷重 $P=1$ が働く場合 (影響線)

$$X_c = \frac{l}{h} \lambda_1, \quad X_a = \frac{\alpha\beta}{2(1+2k+2\varepsilon')} - \frac{\alpha\beta(\alpha-\beta)}{2(1+6k+6\varepsilon')} + \lambda_1 \phi \frac{(1+k)}{(1+2k)}$$

$$\text{茲に,} \quad \lambda_1 \equiv \alpha\beta \frac{\{k+(1+k)\phi\}}{2 \left\{ \frac{k(2+k)}{3} + (1+k)^2\phi \right\}}, \quad \alpha \equiv \frac{a}{l}, \quad \beta \equiv \frac{b}{l}$$

一例として $k=1$ に於ける H, M_A, M_C 及 M_E を図-6, 7, 8 及 9 に示す。尚 ε が V_A に及ぼす影響は僅少である。而して支點 A の回転角は $\theta_A = \varepsilon M_A$ で求められる。



* 神戸高等工業学校教授 工学士 (昭和 12 年 4 月 10 日講演)

(2) 等分布荷重 p が梁に滿載する場合

$$H = \frac{pl^2}{12h} \xi_1, \quad M_A = \frac{pl^2}{36} \xi_2, \quad \theta_A = \frac{pl^3}{120EI} \xi_3.$$

茲に,

$$\xi_1 \equiv \frac{3\{k+(1+k)\phi\}}{k(2+k)+3(1+k)^2\phi}, \quad \xi_2 \equiv \frac{3k(1+2k)}{k(2+k)(1+2k+2e')+6e'(1+k)^2},$$

$$\xi_3 \equiv \frac{10k(1+2k)}{k(2+k)\left(2+\frac{1+2k}{e'}\right)+6(1+k)^2}.$$

尙 e が M_c に及ぼす影響は僅少である。

(3) 水平荷重 P が C 點に働く場合

$$H = P/2, \quad V_A = \frac{Ph}{l} \gamma_2, \quad M_A = \frac{Ph}{2} \gamma_1, \quad M_C = \frac{Ph}{2} \gamma_2, \quad \theta_A = \frac{Phl}{3EI} \gamma_3.$$

茲に,

$$\gamma_1 \equiv \frac{1+3k}{1+6k+6e'}, \quad \gamma_2 \equiv \frac{3(k+2e')}{1+6k+6e'}, \quad \gamma_3 \equiv \frac{3(1+3k)}{2\left(6+\frac{1+6k}{e'}\right)}.$$

一例として $k=1$ に於ける ξ_s' 及 γ_s' を図-10 に示す。

(4) 温度応力

膨脹係數を η とし、温度上昇を t° とする。

$$X_c = \frac{EI\eta t}{h^2 \left\{ \frac{k(2+k)}{3} + (1+k)^2\phi \right\}}, \quad X_a = X_b = e\phi X_c.$$

一例として $k=1$ に就て計算する。

$$H_a = \frac{3EI\eta t}{h^2} \xi_1, \quad M_A = \frac{2EI\eta t}{h} \xi_2, \quad M_C = -\frac{2EI\eta t}{h} \xi_3.$$

茲に,

$$\xi_1 \equiv \frac{1}{1+4\phi}, \quad \xi_2 \equiv \frac{1-\phi}{1+4\phi}, \quad \xi_3 \equiv \frac{1+2\phi}{2(1+4\phi)}$$

図-11 に ξ_s' を示す。

3. アーチ

図-5(b) にて直交座標軸には重心 G を通る主軸を選ぶ。

この場合にも式 (1) 及 (2) を用ひる事が出来る。

$$X_c = \frac{\delta_{0c} + e\epsilon(\delta_{0a} + \delta_{0b}) / \left(\epsilon - \frac{S}{2}\right)}{I_x + e\epsilon^2 S / \left(\epsilon + \frac{S}{2}\right)} \dots (5)$$

$$X_a = \frac{\delta_{0a} + \delta_{0b} + 2e\epsilon X_c}{2\left(\epsilon + \frac{S}{2}\right)} + \frac{\delta_{0a} - \delta_{0b}}{2\left(\epsilon + \frac{2I_y}{l^2}\right)} \dots (6)$$

但し,

$$S \equiv \int \frac{ds}{EI}, \quad I_x \equiv \int y^2 \frac{ds}{EI}, \quad I_y \equiv \int x^2 \frac{ds}{EI}.$$

次に簡単な算例として拱軸の形が拋物線で、断面の慣性モーメントが $I = I_0 \cdot \sec \varphi$ の如く変化する場合を取り扱ふ。

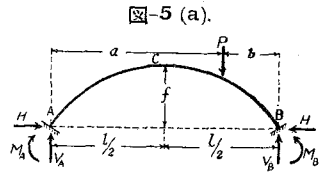


図-5 (a).

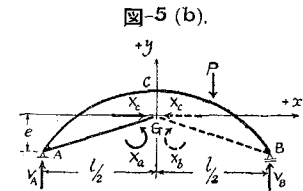


図-5 (b).

$$e = \frac{2}{3}f, \quad S = \frac{l}{EI_c}, \quad I_x = \frac{4f^2l}{45EI_c}, \quad I_y = \frac{l^3}{12EI_c}, \quad \varepsilon' \equiv \varepsilon \frac{EI_c}{l}$$

(1) 鉛直荷重 $P=1$ が働く場合 (影響線)

$$X_c = \frac{l}{f} \lambda_2, \quad \frac{X_a}{l} = \frac{\alpha\beta}{2(1+2\varepsilon')} - \frac{\alpha\beta(\alpha-\beta)}{2(1+6\varepsilon')} + \frac{2}{3} \lambda_2 \mu$$

茲に,
$$\lambda_2 \equiv \frac{15\alpha\beta(\alpha\beta+\mu)}{4(1+5\mu)}, \quad \mu \equiv \frac{2\varepsilon'}{1+2\varepsilon'}$$

図-12 (H), 13 (V_A), 14 (M_A), 15 (M_m), 16 (M_C), 17 (N_A) 及 18 (N_m) に各種の影響線が示される。但し軸圧力の算出は $f/l=1/5$ の場合に就て行つた。

(2) 温度応力

$$H = \frac{45EI_c\gamma t}{4f^2} v_1, \quad M_A = \frac{15EI_c\gamma t}{2f} v_2, \quad M_C = -\frac{15EI_c\gamma t}{2f} v_3$$

茲に,
$$v_1 \equiv \frac{1}{1+5\mu}, \quad v_2 \equiv \frac{1-\mu}{1+5\mu}, \quad v_3 \equiv \frac{1+2\mu}{2(1+5\mu)}$$

図-11 に v_3' を示す。次に任意點の曲げモーメント及軸圧力を次の形におく。

$$M = \frac{15EI_c\gamma t}{2f} \psi_1, \quad N = \frac{45EI_c\gamma t}{4f^2} \psi_2$$

図-19 に ψ_2' を示す。

4. 結論

- (1) 完全固定に近づくに従つて温度応力は著しく増大する。
- (2) ラーメンにては柱脚下部が他の部分よりも ε に影響されること多し。
- (3) アーチにては端部附近が中央部に比し ε に影響されること多し。
- (4) 鉄筋コンクリートアーチに於ては一般に無鉸式が採用される。筆者は之に代るに2鉸式を推奨する。構造上やむを得ざれば支點を半固定としたい。

図-6.

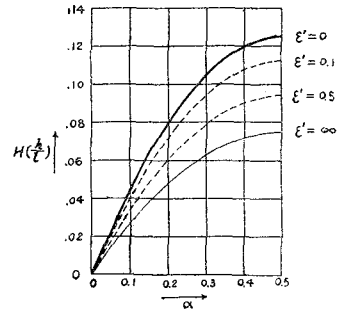


図-7.

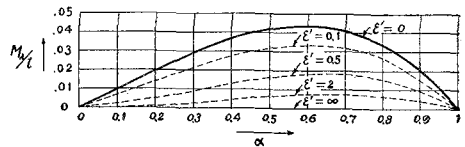


図-8.

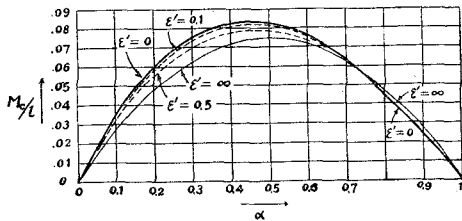


図-9.

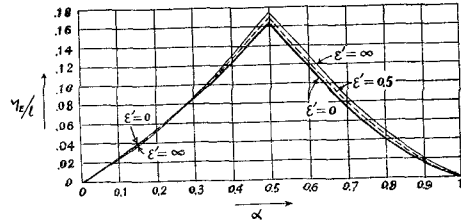


図-10.

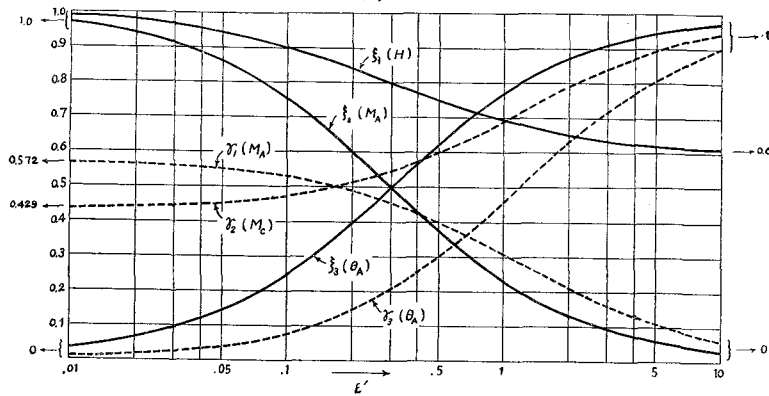


図-11.

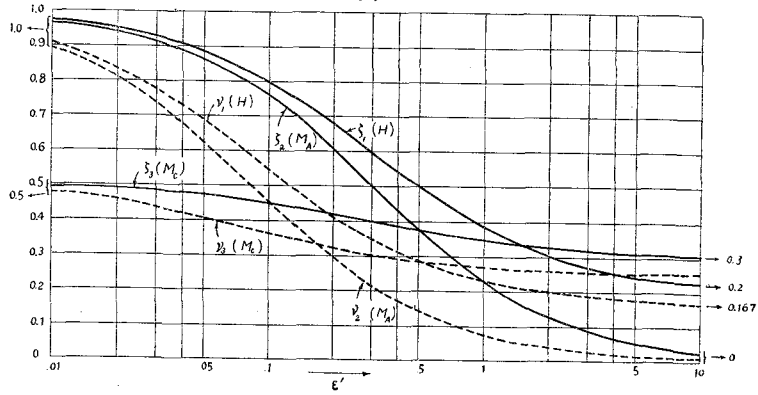


図-12.

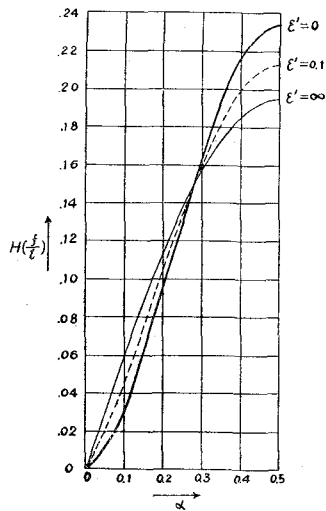


図-13.

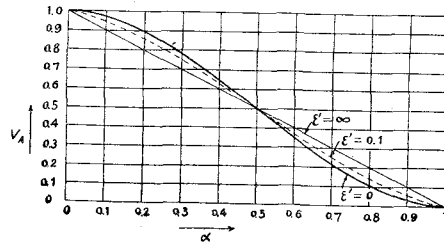


図-14.

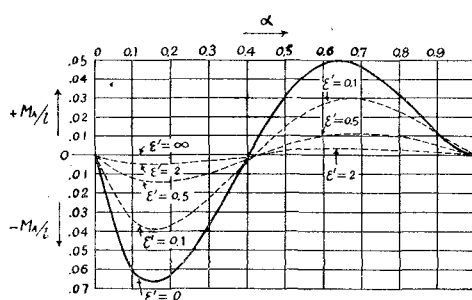


図-15 (a).

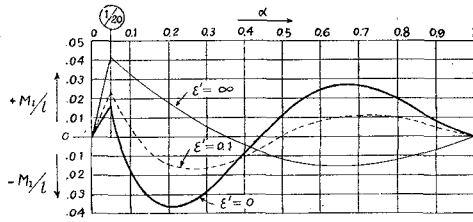


図-15 (b).

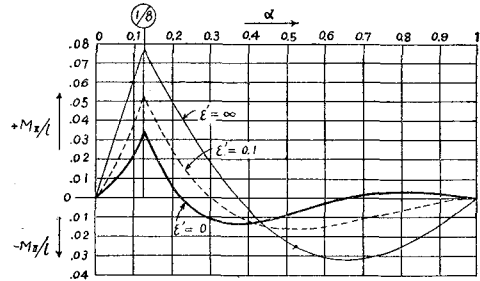


図-15 (c).

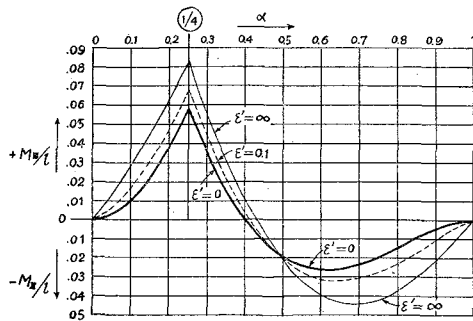


図-15 (d).

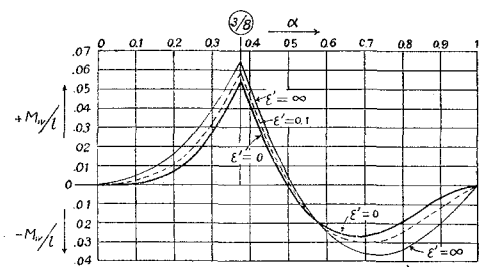


図-16.

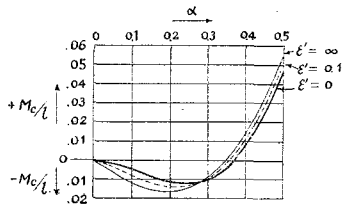


図-17.

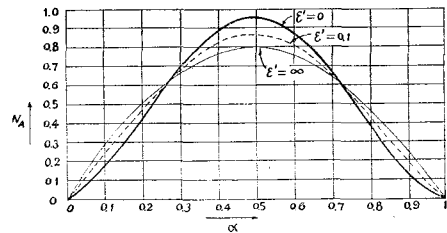


図-18.

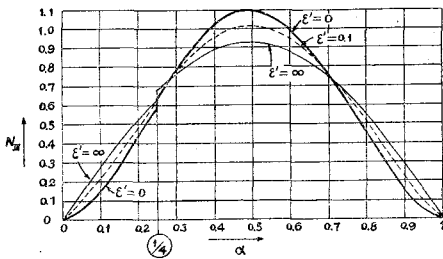


図-19 (a).

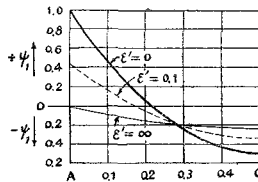


図-19 (b).

