

高架構造に関する設計処理システムの概要

西 山 啓 伸*
 小 村 敏**
 沼 田 昌 一 郎***

はじめに

首都高速道路公団は、昭和 37 年 12 月に 1 号羽田線の一部 4.5 km を供用開始後、順次供用路線を広げ、昭和 48 年 10 月現在では、15 路線・107.8 km を交通の便に供している。現在 10 路線・約 76.8 km を工事中であり、今後の新設路線は、ますます増加する予定である。

公団設立当時に比べ、事業量は大幅に伸び、それに伴う情報量も増加し、事業の円滑な執行を図るためには、組織的なシステムが必要となってきた。公団では、昭和 45 年度から将来計画、事業計画事業執行の三段階に必要な情報を引き出すトータル インフォメーション システム TEEMS (Tokyo Expressway Enterprise Management System) の設立を目指して研究を進め、一部は昭和 49 年度から運転中である。このシステムの全面稼働のため、トータルシステムの一環である高架構造の設計処理システムの研究を昭和 47 年度から開始していたが、今回はほぼ成案を得、一部試験運転を行える段階に入ったので、本文でその概要を報告したい。

なお、本研究は首都高速道路協会に委託され、大地羊三法政大学教授を委員長に、各界の協力を得て開発されたものであることを付記する。

1. 首都高速道路公団における工事執行上の現状

(1) TEEMS の概要^{1), 2)}

TEEMS は、図-1 に示すような、情報処理システム

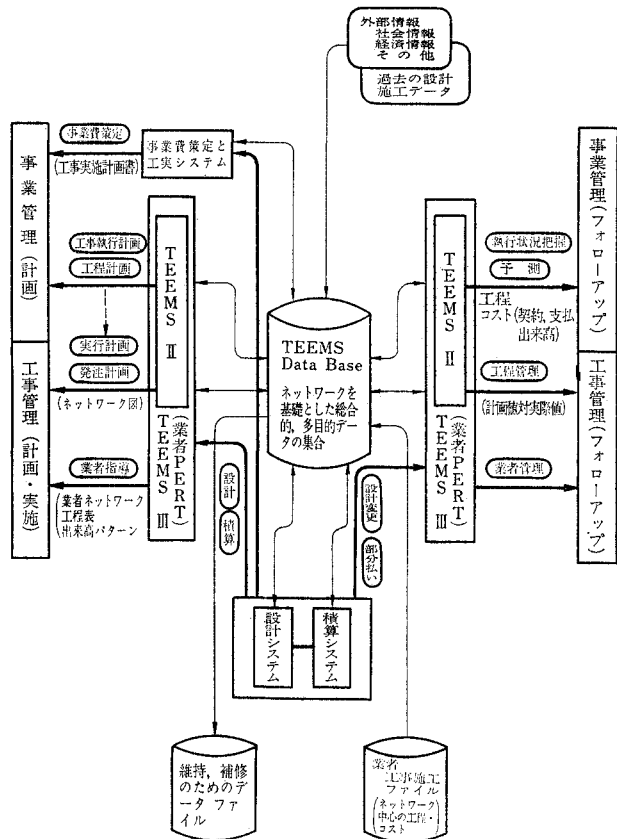


図-1 TEEMS の概略ブロック図

である。システム構成は、データベースシステムを基盤にした計画システム、ならびにフォローアップシステムから成り、それらはサブシステムの設計・積算の両システムでサポートされている。

計画システムは、新線の事業工程、工事費の算定を行うシステムで、工程、全体工事費、全体構造、契約予定、支出予定が出力データとして得られる。号線単位で、路線ルートが数案提案された場合、それを入力し、その出力を情報源として人的判断が加えられ、最適路線

* 正会員 工修 首都高速道路公団 工務部設計技術課長
 ** 正会員 首都高速道路公団 東京保全部設計課長
 *** 正会員 首都高速道路公団 工務部設計技術課課長補佐

が決定されるわけである。

上記の計画が実行に移された場合、フォローアップシステムが、事業の進捗状況の把握と、問題点の抽出、調整を行う。入力データは、工事契約前は事業実施部門の現場内局から、契約後は工事の進捗状況を直接把握する現場監督部門である各工事事務所から得られる。この入力を、コンピューター処理で行い、必要時に生のままで事業の進捗状況を得ることができる。出力は、号線単位、工事事務所単位、工区単位、業者単位のいずれでも得られ、事業の遅れなどの事業執行上の支障が判然とする。この情報によって、資金計画の変更、予算規模の改変、執行体制（人員配置の量、質）の変更、事業計画の改定などの支障除去、もしくは容認の処置が、本所管理機構において行われるわけである。

積算システムは、設計システムとともに、上記2つのシステムを支える重要なシステムである。現在公団は、TEIS (Tokyo Expressway Integration System) を、積算システムとして稼働させている。このシステムは、TEEMS とは独立して開発されたシステムで、従来の手計算を電算化した主に省力化を狙いとしたシステムであり、それなりに多くの利点をもつシステムではあるがTEEMSのサブシステムとしては欠点が少ない。現在、TEEMS用の積算システムとして、材料の数量、環境条件（工地上、対外上の条件）を入力することにより、工事費のみならず、工程も出力されるシステムを開発中である。

さらにTEEMSの効果的な運用を図るためのハードウェアの開発研究³⁾、情報伝達に関する人間性の研究⁴⁾も同時に進められている。これらの総合研究により、機械の処理する領域と、人間の処理する領域が明確化され

人間の効果的活用——省力化に役立つことになる。

(2) 現状の設計処理方法

首都高速道路の一路線の着工までには、いくつかの基本的条件が満たされなければならない。大別すると、その一つは都市計画決定の法的制約であり、もう一つは償還計画、財源計画と結びついた工事実施計画書の同意（国による事業承認）である。工事実施計画書の詳細はここでは省略するが、技術サイドからみた場合、その基本となるものは、その路線全体の構造形式、工事費、工期、支出計画などである。これらを算定するのは、広義の設計作業（以後、基本設計という）である。

この基本設計に使用可能なデータは非常に少なく、航空写真を基に作成された1/10000程度の路線の幾何条件、500m程度の間隔のボーリングデータ（N値、支持層レベルの概略値）、一般地図から読み取れる河川、鉄道、街路、住居、等との近接度から判断する交通、環境、工事条件、および都市計画決定の際の付帯条件などである。現状では、この作業は、上述の資料を基に基本的な構造形式を決定し、表-1に示される基準単価表で積算される。

事業承認後は、地元説明を行って工事実施予定地に立ち入ることができるので、さらに多くのデータを得ることができる。それらは、実測により作成された詳細な線形、橋脚設置予定位置ごと程度の地質データ、支障となる地下埋設物、計画協議で示された各管理者の条件などである。このデータを基に、公団は構造物の設計（設計計算、設計図、材料表の作成および算定）、施工計画の案を自ら検討するとともに、コンサルタンツに発注して成果品を得る（以後、実施設計という）。

表-1 基準単価表

上 部 工	種 類 形式 スパン(m)	プレストレストコンクリート橋		鋼 橋							
		単純または 連続合成1桁	連続箱桁	単 純 合 成 1 桁	連 続 1 桁	直線箱桁		曲線箱桁			
						単 純	連 続	単 純	連 続		
	20	55	76	—	—	—	—	—	—		
	30	63	82	46	55	—	—	104	100		
	40	77	103	56	72	106	95	132	126		
	50	—	122	82	—	129	116	158	152		
	60	—	133	—	—	155	142	192	184		
上部工に付属するもの		21 ¹⁾		44 ²⁾							
橋 脚 工	種 類 形式 スパン(m)	R C 橋 脚		P C 橋 脚		鋼 橋 脚					
		18 m		18 m		18 m		18 m		9 m	
		20		30		40		50		60	
種別		各工費の増減方法		架設条件		割増率		備 考			
		1. 上部工の架設条件による(上部工費の)		通路上		昼間作業		0%			
						夜間作業		5			
				軌道上		平行架設		5			
								夜間短時間でクレーン及びベントなどにより行なう場合			
								12			

コンサルタンツの成果品（計算，図面）の検討を行いつつ，仮設構造等の補遺計算を行って，発注工区ごとに材料集計を行い，入札予定価格作成のための積算（TEISを利用）を行うが，それは狭義の設計（以後，発注設計という）といわれるものである。その予定価格を基本に指名競争入札を行い，施工業者が定まる。施工業者は，自らの手持資材，機械を考慮して，さらに詳細な調査を行い，施工計画を作成する。その後，各管理者との施工協議，工事の進行に伴って判明する地質状態の違い，地元の要望，その他の条件によって，構造，工法などの計画変更を生ずるケースも少なくない。さらに，建設利息を考慮した路線全体の利益率から，遅れている工区の早期完工を目指しての意識的な構造，工法の変更を行うこともある。それらで契約全額の変更を行い，最終的に工事費の精算を行って工事は終了する。

以上が，公団で使われている設計の意味であり，その概要である。

（3）現状の問題点

以上の設計の過程の中で，多くの問題点が内在している。それらは，基本設計の段階，発注設計の段階，設計変更の段階の三つに大きく分けることができる。

基本設計の段階ではまず問題となるのは，設計データの不足である。現状では，都市計画決定以前，事業承認以前に地元へ立ち入ることは不可能であり，データ不足による工事費の増減は避け得ない。技術者不足は事業量増加に伴って公団にも押し寄せ，社会条件の変化に伴う工事の困難度の増加と相乗し合って経験の豊富でない技術者が構造形式の選定をすることになり，採用された構造が最適でない場合も少なくない。工事費の推定も，基準単価表を利用する際の技術者の個人差が介在して各工区ごとに格差が生ずる。さらに工事場所の変化，公害問題の発生等により，全体工事費のうちに占める仮設工の比率が大きくなり，最終工事費の推定を困難ならしめている。物価高の続く中で，地元の反対などによる工期の延伸は工事費の増大をきたし，償還計画とも関係して問題を生じる。いずれにしても，計画工事費と最終工事費とが，大幅に異なる要因が多い。

次に，発注設計の段階であげられることは，計画から発注までの期間の減少である。数少ない技術者が地元交渉などに多くの時間を要し，設計の審査，積算の検算に十分時間をかけぬうちに発注の事態になる。また，都市再整備化による他の企業体の工事と競合し，その調整にも多くの時間を要するとともに，各企業体とも，内部事情，予算年度，計画優先度などが関係して当公団に明確な

条件提示ができず，発注後の計画変更に持ち込まれることも少なくない。もう一つの外部要因として，コンサルタンツの未熟さがあげられる。技術者不足はコンサルタンツとして例外でなく，現場を知らぬコンピューターだけで育った技術者が，血のかよわぬ設計を行い，現場では施工不能のものも少なくない。社会条件の変化も，地元住民の受認の程度を下げ，計画当時可とされていた設計が，工事実施時期に不可とされ，大幅の変更となる。これらは，いずれも工事費の増大につながる問題である。

工事実施段階での問題点としては，施工業者の検討不足があげられる。契約約款の改正に伴って現在では是正されつつあるが，検討の少ない安易な施工計画は，しばしば大幅な変更をひき起こすこととなる。公団の契約形態が仮設工を含め数量精算方式を取っているので，その傾向を助長しているようである。これらは，設計変更で処理されるが，公団技術者がその設計変更業務に追われ，本来の監督業務をおろそかにしがちで，施工業者の主張を十分に検討する時間がない現状である。

それらの問題点を解決し，設計処理システムの理想とするところを，発想と目的から整理すると，図-2 に集約される。

2. 設計処理システム概論

（1）全体の概要

前節の性格に合致する設計処理システムへのアプローチとして，手法的には自動設計と統計設計が対象となった。その詳細^{5),6)}は省略するが，結論的には前述した数

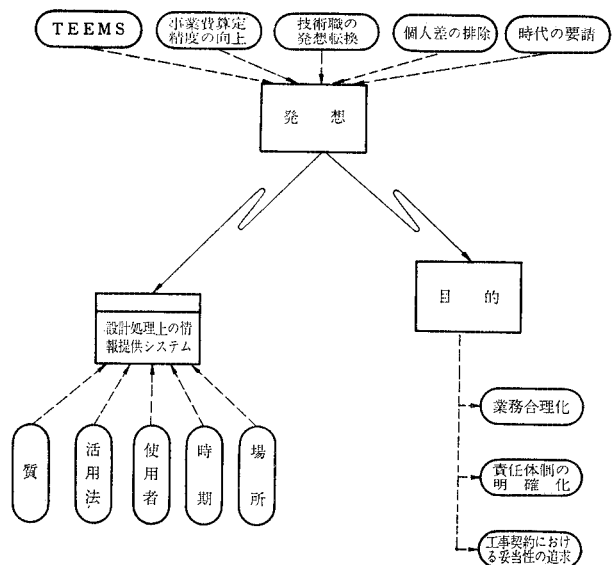


図-2 設計処理システムの発想と目的

少ないデータの中で自動一貫設計を行うことは、コンピュータープログラムの不備もあって、現状では非常に多くの費用と時間を要することが判明した。かつ在来の設計者の経験から想定される構造形式、概算工事費も、その人の頭の中で統計処理されるものであるとも推論される。現在までの高架道路のデータを収集し、統計処理をすれば、よりよい設計情報が得られるであろうと推定され、方法として一部には自動設計の長所を取り入れた統計設計（俗称）の方策が取られることとなった。

この際注意すべきことは、TEEMSそのものが業務の処理および管理のための情報を提供する情報管理システムの性格をもっており、そのサブシステムである設計処理システムも、設計そのものを人間に代わって行うというより、人間が設計を行うに際して、価値ある情報を提供するシステムであることを基本目標としている点である。したがって、このシステムは、基本設計、発注設計の段階で、外的環境条件を与え、過去の設計事例から最多の可能性をもつ構造形式、工事費、工期、等を設計者に情報として与えることを目標としている。

既設計の情報検索システムとしては日本国有鉄道の例¹⁾があるが、本システムは図-3に示すようなフローで成り立っており、運用面で大きく2つに分れている。

前者はフローチャートの上半分 11-21-31, 36, 331……とたどるラインであり(基本設計),後者は下半分 12-22-332,……とたどるラインである(発注設計)。現在のところ2つのシステムを独立させたのは、利用する数量化理論第II類によるパターン分類から得られる構造物の属性が、かなり概略的なもので発注設計には使用できない危険と、開発スケジュールの関係で、このシステムを早く稼働させる必要があるからであり、両システムが完成し積算システムが TEEMS 用に改良された場合は、一つのシステムになるべき性質のものである。

この統計処理に用いたのは、一部この種の解析に用いられた実績をもつ⁹⁾数量化理論⁹⁾である。この理論は、アメリカ合州国軍隊の召集軍人の除隊順序を、国民が納得するような合理性をもって定めるのに利用されたのが最初の応用例といわれる¹⁰⁾。この理論の詳細は他の文献⁹⁾に譲るが、簡単に表現すると、抽象事象を数量的にとらえ、解析する理論であるといえる。複雑な現象を意識的に把握するために、その諸事象を種々の面から観察し、各面における特性を範疇的または数量的に表示し、その各面の特性項目を組み合わせた形で明解に表現することが必要である。その際に諸事象の諸要因の反応パターンに量的・質的要因が混在しておれば、この要因パター

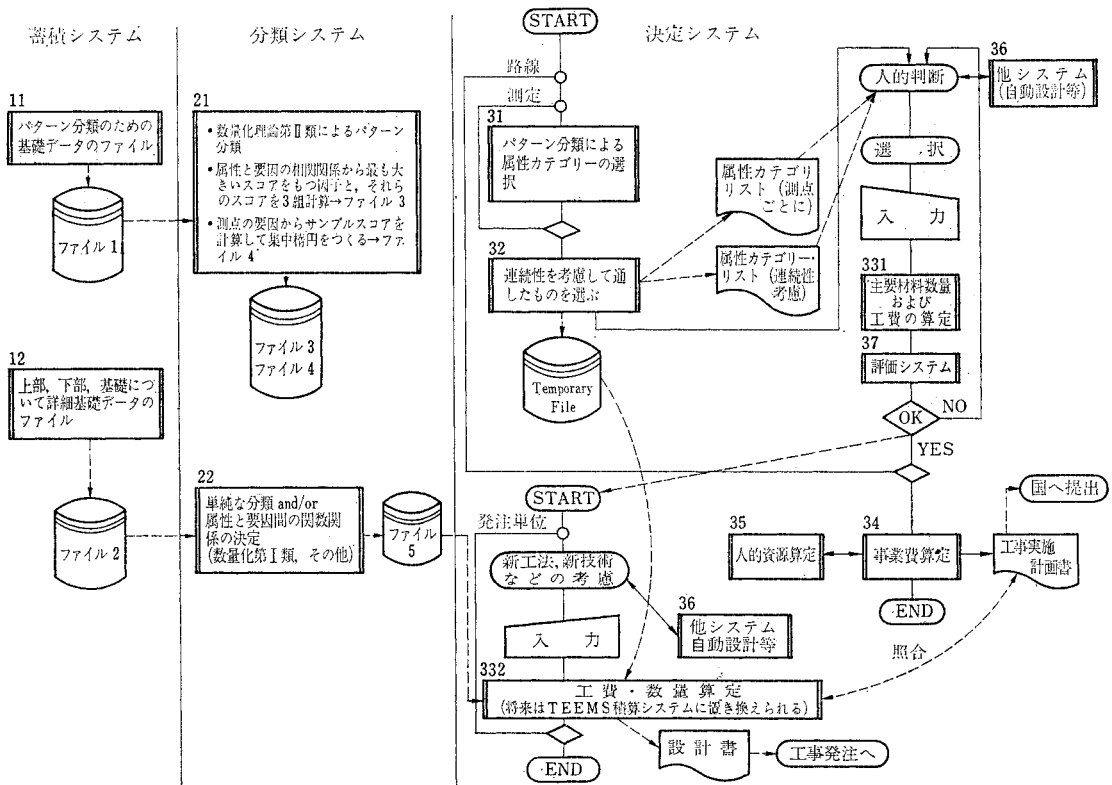


図-3 設計処理システムの概略フローチャート

ンがあるモデルによって再編成し、数量的に表現しよう（距離空間を設定する）とするものがこの理論である。与えられた諸要因によってある反応が示される場合は、外的基準がある場合であり、数量化理論第Ⅰ類、第Ⅱ類と呼び、外的基準がない場合を第Ⅲ類、第Ⅳ類と呼んでいる。

基本設計用システムでは第Ⅲ類分類を用い、属性と要因の組合せを変えて、その関連を見出した後、第Ⅱ類分類でレンジの大きいもの、偏相関係数の多いものを選び出す。この場合、過去の設計データを蓄積し、分類した後、新線の各測点ごとの要因を入力する。出力データとしては、その測点に合致した属性（構造形式など）が与えられる。この作業は、連続性を考慮したり、人的判断により再調整され数次にわたる。

発注設計システムもほぼ同様の手順によるが、上記で決定された形式（一般的には、基本設計から数年経過しているもので、情勢が変化し、もう一度調整する必要がある）を要因として入力し、発注用積算に必要なすべての材料数量を出力すると同時に工事費、工程も出力することになる。

(2) 基本設計用システム

本節では、基本設計用システムを具体的に述べてみる。当初、本システムは、3号Ⅱ期線（渋谷一用賀間）で試験的に研究を行い、12の属性と28の要因を用いている。属性の主なものとしては、上下部基礎工の形式、負担数最大の橋長・負担長、負担数、桁高、下部軸線長であり、要因の主なものとしては、高架下・地下の状況、制限スパン長・高さ、道路幅員、半径、勾配、ランプの有無、支持地盤および他の制限条件である。この中で負担長とは、図-4に示す測点 N_i を中心として、中心線に沿って20mの範囲にある桁の長さを表わしたもので、負担長を橋長で除したものを負担数と称している。

過去のデータは、主に竣工図書から求め、それらで読み取れぬものについては、当時の設計・施工担当者からの聞き取り調査で集積した。供用路線については、今後もこの方法が取られるが、新規路線については工事竣工時にデータを収集し、ファイルすることになる。この調査結果を単純集計とクロス集計を行い、その相関関係を調査した。図-5は、下部工の形式を判別するための集中楕円の例である。この場合Ⅰ軸の重相関係数は0.9417であるが、Ⅰ-Ⅱ平面上の楕円の分離は非常に良く、形式の類似性の強いもの同志のグルーピングも非常に良い。新線を計画する場合、各測点で要因を入力すると、各軸

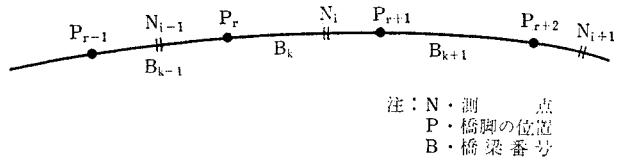


図-4 負担長と負担数

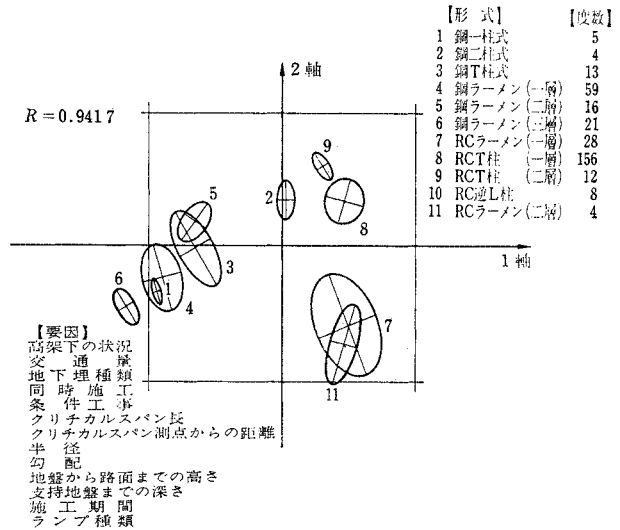


図-5 下部工形式に集中楕円

ごとにカテゴリースコアの和が求められ、図-5に1点がプロットされる。その点からの各楕円へのマハラノビス距離を計算すると、過去において最も多く採用されたその測点に合致した下部工形式が、ウェイトをつけた順位で表示される。

現在、3号Ⅱ期線、4号Ⅱ期線（新宿一高井戸）のデータが整理され、ファイルされている。現在建設中の5号Ⅱ期線（池袋一高島平）で、そのデータをもとに事例研究を行ったところ、過去のデータにファイルされていない形式が現在採用されている例があった。しかし、それらにしても、PC3径間ブロック桁（予測）が、PC3径間ホロー桁（現在採用）に、RCT柱式脚がRCY柱式脚に、RC現場打杭が大径RC杭に変更されたという程度で、本質的に同種のものといえる。これらは、データベースの拡充によって十分にカバーされることは確言できるし、その他については、ほぼ一致した形式がアウトプットされている。

工事費については、建設年度が異なるので、その間の値上がり率をどのようにプログラムに組み込むかで目下研究中であるが、単純に主要材料費、労務費の値上がり率を乗じたものでは、ほぼ一定した結果を示している。

以上のように数例の試算の結果、十分な精度を得られ

ることが判明し、作業能率も非常によく、要因収集も単純で未熟練設計者でも可能なことも判明した。

(3) 発注設計用システム

本公団の発注方法は一括発注方式ではなく、個々の材種、工種ごとの具体的な数量を示した数量精算を伴う総価契約方式なので、個々の具体的な材料の数量が必要である。それらは、外的条件、構造形状によって異なり、上部工、下部工、基礎工、仮設工で別々になる。数量を求めるために本システムでは、数量を構造形式（例えば鋼上部工では、単純桁、連続桁、ラーメン桁、等）ごとに分類し、要因と材料数量との関数関係を求める。

すなわち次式でその関係を求め、数量化理論第Ⅱ類で整備する。

$$W_j = F_j(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

ここに

W_j : 材料 j の数量

X_i : 要因 i の値

F_j : 関数型

次に、特異データを拾い出し、重回帰を行って、鋼桁であれば総鋼重を予測し、それを材種別（例えば、SS 41 18~11 mm, SM 58 21~38 mm, 等）に振り分けて、積算システムと連動させ、工事費算出となるのが一連の流れである。すなわち、発注時には属性データ（例えば、桁種、形状、幅員、等）を入力すると、所要の材料数量が得られるものである。

単純鋼合成 I 桁で 8 つの要因（橋面積、桁長、幅員、桁高、主桁本数、桁高/スパン、桁高/幅員、幅員/スパン）を組み合わせると、総鋼重について 10 ケースの回帰計算を行ったところ、最も重相関係数の高かったもの (0.9808) は、次式であった。

$$y = 0.14166x_1 + 246.19x_2 + 30.664x_3 - 15.903x_4 + 23.9$$

ここに x_1 : 橋面積 (m²)

x_2 : 桁高/スパン (mm)

x_3 : 桁高/幅員 (mm)

x_4 : 幅員/スパン (mm)

y : 総鋼重 (t)

この式を用い、事例 60 橋と比較したところ、全体で 1.7% 程度の違いでおさまり、個々のケースにおいても二、三の例外を除き、公団の概略設計と詳細設計の誤差の許認値 7%^{a)} 以下に入っており、十分実用性があることが確認された。この総鋼重をスパンごとの材質別の集中楕円で表わしたのが図-6 である。

これらの作業は、現在までに全ての上部工の材料についてはほぼ完了しており、その精度は非常によい。橋脚についての現在の回帰式では、誤差割合は 20% 前後を示

している例がある。しかし、全体で考える場合は、偏差の割合は少なく、発注に用いても大勢に影響はない（一発注単位で 10~20 脚が含まれるので）と思われるが、要因の再選定、予測式を非線形にするなどを研究中である。

基礎工については、特殊なもの以外、形式も 2,3 種であり、計算時間も短く自動設計プログラムを取り入れることにした。例えば、最も使用頻度の高い杭基礎では公団は構造設計プログラムと工事費積算プログラムが連動するプログラムをもっており、十分な精度を得られることも判明している。

仮設構造には、直接仮設工と間接仮設工（電力、水道設備など）がある。前者のうち型わく、足場、支保工などについては、統計処理も可能であるが、土留工、仮締切工については統計処理、自動設計で処理しきれない問題点があり現在検討中である。しかし、標準的な仮設工は算出可能なので、それに対しなんらかの修飾を加えることで、統計処理は可能である。後者については現在でも工事規模から率で算定されており、現在のままで応用可能である。

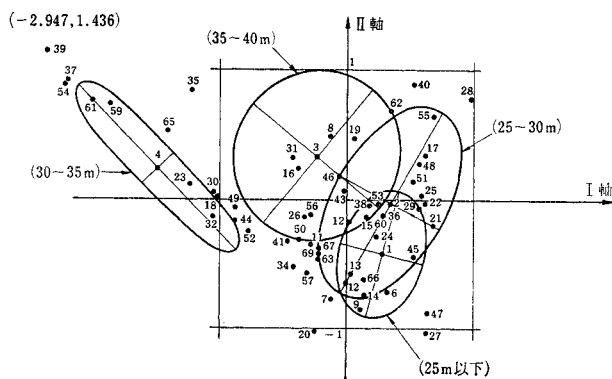


図-6 鋼上部工の材種カテゴリースコアとスパンによる集中楕円図

3. 今後の課題

(1) 工事契約上の問題点

本設計システムが稼働した場合、基本設計段階ではほとんど問題がないが、第三者が介在する発注設計段階では契約上の観点からの問題が生じる。

まず、本方式では、材料数量は与えられるが、設計図

a) 公団の鋼上部工の発注方式は、コンサルタントに概略設計を発注し、その材料数量をもとに鋼橋メーカーに詳細設計付で工事を発注している。その際の鋼重の差は、特別の事情がない限り 7% と押えられている。

が与えられないことである。したがって、応札業者は、施工計画を立案するにあたって、自らの手で設計図を作成し、それに基づいて見積りを行わなければならない。鋼橋メーカーは設計部門が充実しており、その事態に対応できるが、下部業者は設計部門を改変することが必要であろう。一つの形態として施工業者とコンサルタンの共同企業体が応札することも考えられる。

発注数量と、応札業者の見積数量、さらに竣工構造物の数量に違いが生じるであろうことは当然予想される。その差が少ない場合はあまり問題とならないが、大幅の変更になる場合は、契約上いかに解決するかである。本体構造物は、機能買取り主義を貫くことである程度解決するが、当公団の工事は都市内工事の関係上、工事費に占める仮設費の割合は大きく、この処理は問題として残る。ことに施工業者立案の施工法が、他の条件で変更せざるを得ない場合の判定が問題となろう。これに対処するためには、甲乙の立場を明確にした特記仕様書の充実が急務となる。さらに、変更を少なくするために、地下埋設物、地盤条件、各管理者の条件、等を公団が事前に詳細調査を行うか、発注工事に含まれ施工業者に行わしめ、その条件変更を入札条件に加えることも必要となってくる。

統計設計では処理できない特殊な構造物（例えば、インターチェンジなどの複雑な構造）は、公団もしくは事前にコンサルタンツで概略設計を行って、発注することも必要である。また、施工業者が、新工法、新技術を導入して構造物を施工する余地を残しておく必要もある。

最終的な理想型としては、でき上がり機能のみを提示した形（例えば、線形、幾何条件、等）で、工事を発注し、材料数量、等は、公団の発注予定価格作成のための単なる資料とすることであろうが、その段階に至るまでは上記の問題点を解決することが必要である。契約約款の改定に伴って、公共事業も新時代に向けてスタートしているが、当公団でも統計設計が採用された場合も含めて研究中で、これら問題点はいずれ全面稼働までには、解決されることと思う。

(2) コストとタイムスケジュール

図-3 に示されるすでに開発に着手している部分のみを取り上げ、本システムのコストとタイムスケジュールを概述してみる。

システム稼働に必要な構造のサンプル数は、各構造ごとに通常 20 サンプルは必要で、構造形式は 50 種と想定されるので、約 1000 例をデータとして集めなければならない。それらを分類するために、数量化理論第Ⅱ類、第Ⅲ類の要因分析プログラム、回帰分析プログラム、およびそれぞれデータ選択とレポートプログラムの作成が

これに続く。さらにそれらのファイル化が必要となってくる。これらの初期経費は、5000 万円から 1 億円の間と考えられる。経常経費としては、基本設計用の形式決定には 1 件につき 3~5 万円、発注設計用の数量算定は 1 件につき 1~2 万円が必要である。積算システムと連動した場合は、このほかに 1 件 6~10 万円程度が加算される。1 年ごとに新データを加え、不要データの切捨てを行うとすると、年間の維持管理費用としては、400~700 万円が予想される。

概略の開発スケジュールとしては、調査、モデル検討、テスト期間を含め、ファイル完了までほぼ約 1 年である。

おわりに

以上、TEEMSの一環としての高架構造に関する設計処理システムの概要について述べたが、紙数の関係で内容が皮相的になった点はご容赦願いたい。本システムは、設計を計算によらずに処理する点で画期的なものであり、他の企業においても応用可能と思われるので、種類の批判をいただければ幸いである。

首都高速道路公団では、昭和 50 年度からの全面稼働を目指して、さらにシステム内の欠陥の除去、契約上の問題点の解決、設計基準の改正に伴う対処の仕方、社会状況の変化に対する対応の方法などの研究を続行中である。

最後に、本システムの研究に多大の助言と協力をいただき、正しい方向へ導びかれた大地羊三氏、上条茉莉子氏、福山俊郎氏を始めとする諸先生、および協会・公団関係者に多大の感謝の意を表するものである。

参考文献

- 1) 首都高速道路公団：TEEMS 概略設計報告書，昭和 46 年 4 月。
- 2) 角田安一：労働力と省力化—計画設計段階における省力化，土木学会誌，Vol. 58-12。
- 3) 首都高速道路協会：工務関係事業推進上における情報管理システムの研究報告書，昭和 48 年 3 月。
- 4) 同上，昭和 49 年 3 月。
- 5) 首都高速道路協会：高架構造に関する設計処理システムについての研究報告書，昭和 48 年 3 月。
- 6) 同上，昭和 49 年 3 月。
- 7) 吉村・松浦：構造物の既設計情報検索，土木学会誌，Vol. 58-12。
- 8) 松尾・島・福山：道路橋施工実績調査資料の解析，土木学会論文報告集，No. 176。
- 9) 林・村山：市場調査の計画と実際，日刊工業新聞社。
- 10) L. Guttman：An Approach for Quantifying Paired Comparison and Rank Order，Annals of Mathematical Statistics，Vol. 17，No. 2，1946。

(1974.8.26・受付)