

土質工学における不確定性, 安全性ならびに判断  
*Proc. of A.S.C.E., GT/青鹿勝行・訳*  
 半無限粘弾性地盤モデルの応力緩和  
*Bulletin of the Seismological*  
*Society of America/渡辺啓行・訳*  
 ねじりおよび曲げを受けるプレストレストコンクリートはり  
*Proc. of A.S.C.E., ST/後藤祐司・訳*  
 非定常過程の一スペクトル解析  
*Proc. of A.S.C.E., EM/草野直幹・訳*

## 土質工学における不確定性, 安全性ならびに判断

"Uncertainty, Safety, and Decision in  
Soil Engineering"  
Wu, T.H.  
Proc. of A.S.C.E., Vol. 100, No. GT 3, pp.  
329~348, March (1974)

### はじめに

構造物の安全性を評価するために用いられた確率的な概念を土質工学の分野に応用して設計規準や安全率の問題を取扱うことができる。ことにベイズの定理を適用すると確率的な概念を設計に応用することができる。

基礎の設計に際して、土の強度と荷重としての土の自重とは確率量である。基礎の安全率の大きさは手持ちの情報の量から決まるが、これに基づいて設計という行動をとるか、あるいはさらに経済性と安全性を求めるために実験を行うかを判断するのに役立つのが判断図(Decision Tree 図)である。

ある状態  $\theta_i$  は通常連続量であるが、便宜のため分離量におきかえる。実験を行わない場合、各状態に対しては事前確率  $P'(\theta_i)$  が用いられるが、この選択に際して設計者の知識と経験とが生される。実験が行われた場合、その結果  $Z_k$  をベイズの定理にあてはめると事後確率  $P''(\theta_i)$  が得られる。また実験が  $Z_k$  を与える確率は、

$$P(Z_k) = \sum_i P(Z_k|\theta_i)P'(\theta_i) \dots\dots\dots (1)$$

ここに  $P(Z_k|\theta_i)$  は状態  $\theta_i$  において実験が  $Z_k$  になる確率で、この選択についてはやはり設計者の経験が反映される。

最小費用を決めるもとなる行動  $a_i$  および実験の費用の期待値はそれぞれ、

$$E_a(a_i) = I(a_i) + C_f P_f(a_i) \dots\dots\dots (2)$$

$$E_p = \sum_k E(Z_k)P(Z_k) + C_e \dots\dots\dots (3)$$

ここに  $I(a_i)$ : 初期費用,  $C_f$ : 破壊損失,  $P_f(a_i)$ : 破壊確率,  $C_e$ : 実験費用, である。

以下に土質工学でなじみの深い問題に、この理論をあてはめたモデルを紹介したい。

### 地下探査問題

基礎にとって有害なレンズ状の軟弱粘土層をはさむ恐れのあるシカゴ粘土地盤におけるボーリングとサンプリングの場合を考えたい。たとえば 18 m 間隔で 4 本のボーリングをおろし 図-1 に示される結果を得たとする。設計者の経験から平均強度 0.25 kg/cm<sup>2</sup> 程度の軟らかい粘土層が存在する疑いがあるが、ボーリングでは検知していない。この時追加ボーリングを 9 m 間隔で実施するか否かを判断しなければならない。

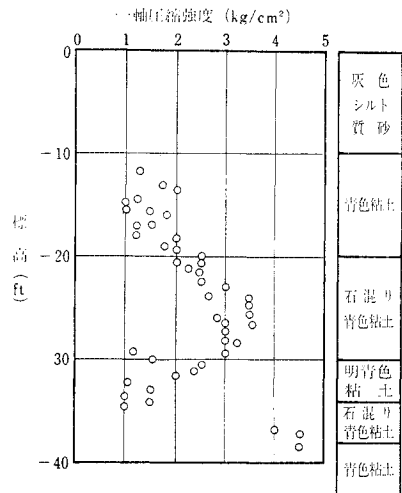


図-1 シカゴ粘土中のボーリング

考えうる状態  $\theta_i$  はレンズ幅が 6~9 m, 3~6 m, 0~3 m の 3通りとすると、判断図は 図-2 で表わされる。 図-3 (a) はボーリングが軟弱粘土レンズを発見しないとき、ベイズの定理を用いて軟弱粘土の大きさの事後の分布を、ボーリング間隔 18 m (曲線 A) および 9 m (曲線 B) について求めたものである。

一方各  $\theta_i$  に対する地盤の平均せん断強度  $\bar{s}$  が得られる確率は 図-3 (b) に与えられるが、曲線 A, B, C, はそれぞれ実験なしと実験後の 2つの結果に対応する。予備設計(行動  $a_i$ ) は  $\bar{s}$  の平均値に基づいてなされる。設計強度  $s_d$  が地盤強さを上まわるときは工期の遅れ、設計変更の費用として 12.0 を課し、そうでない場合、費用の期待値は  $s_d$  に反比例し、また実験の費用を 2 単位

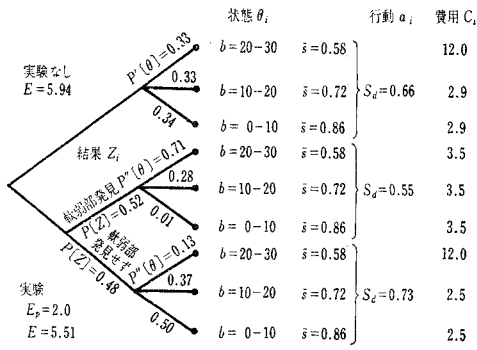


図-2 判断図，地下探査問題

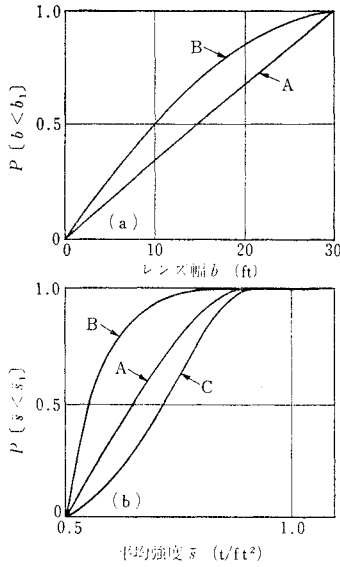


図-3 確率分布曲線

とする。式(3)を用いて実験なしおよびありの場合の費用を比較すると、それぞれ5.94および5.51となる。したがって、ボーリングを実行するという判断がなされる。

斜面安定問題

中位より軟い粘土堆積物の斜面安定問題に対し、過去の事例を調べることが事前確率を与える。たとえば、18の事例について実際に計算された安全率との比 $\nu$ をとると、平均値 $\bar{\nu}$ は1.10、変動は0.3であった。シマ粘土を例にとると、圧密非排水の単純せん断試験がいわゆる実験となる。工学的な判断をもとにして、実験の結果すなわちせん断強度の分布曲線を仮定すると、ベイズの定理により事後確率を表わす曲線が得られる。このとき $\bar{\nu}=1.18$ 、変動は0.10となる。

図-4は一軸圧縮試験結果と過去の事例を出発点(点1)として、単純せん断試験を行うか否かを決める判断

図を示す。実験を行わないときの安全率 $G=\bar{\nu}/\bar{l}$ は2.4、また $G_v=G/\nu$ も2.4である。ここに $\bar{\nu}$ 、 $\bar{l}$ は強度、荷重の平均値、 $\nu$ は平均値と測定値との比である。単純せん断試験を行った場合、設計者の知識として、単純せん断試験結果は一軸圧縮試験結果より大きく、その1.6倍までに分布することが分っている。すると図中に示される3通りの結果 $Z_i$ と $G_v$ が与えられる。

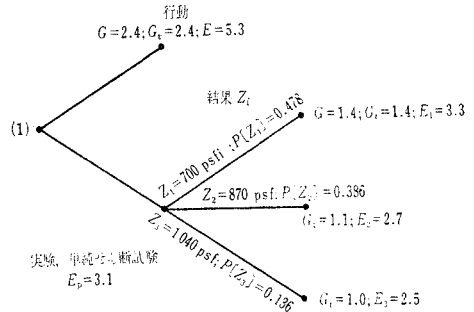


図-4 判断図，斜面安定問題

初期費用が $G_v$ に比例するものとし、 $E$ を式(2)から計算する。破壊の確率を $4 \times 10^{-3}$ と仮定しその費用を25単位としている。試験の費用を0.2とすると実験を行う方が安いと判断される。

同様に試験盛土をする場合の判断図を作ることも可能である。

おわりに

確率論と決定論とが土質工学的な問題に適用できることが示された。しかしここにあげた例から分るように、結論は費用の想定の方で変わってくる。したがって、この方法を実用に供するにあたっては現実的な費用の把握が必要になる。

半無限粘弾性地盤モデルの応力緩和

“Stress Relaxation in A Semi-Infinite Viscoelastic Earth Model”  
 Rosenman, M. and Singh, S.J.  
 Bulletin of the Seismological Society of America,  
 Vol. 63, No. 6, pp. 2145~2154, December (1973)

緒言

地震現象に伴う地球の挙動に対するいくつかのモデルの明らかな不正確さを改良する一方法として、非弾性過程の影響を導入することを試みるべきである。粘性の影響が考慮されれば、地震断層に沿った急なすべりを経て系に供給されるエネルギーの一部はその系内に蓄えられ得る。クリープとか緩和とかの比較的ゆっくりと変化する現象は、この一部蓄えられたエネルギーがその後放出

されることに起因している。

変位のくいちがいによる粘弾性半無限体の準静的変形は最近著者達によって研究された。本論文は、この理論を用いて半無限粘弾性体内の有限で矩形の鉛直横ずれ断層による準静的地表応力式を導き、その時間依存特性などを検討するものである。

## 理 論

取扱う半無限体は体積変化に関しては弾性的であり、せん断変形に関しては粘弾性マックスウェル体として挙動すると仮定する。

震源モデルとして、図-1 に示すように、長さ  $2L$ 、鉛直方向に深さ  $h$  から  $H$  まで達する鉛直で矩形の横ずれ断層を考える。任意のポアソン比をもつ一様な半無限弾性体における上記震源による弾性変位の式はすでに導かれている (Chinnery, M.A. "The deformation of the ground around surface faults", Bull. Seism. Soc. Am. 51, pp. 355~372, 1961)。著者達は、これらの結果に粘性-弾対応原理を適用して、粘弾性半無限体内の準静的変位の式を導いた。この計算には次のような仮定がおかれている。

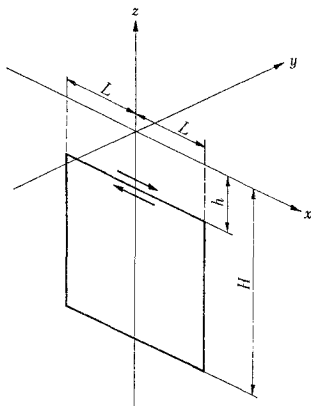


図-1 矩形断層の幾何形状

- a) 体積弾性率  $k$  と粘弾性体のせん断弾性率  $\mu$  とはポアソンの条件 ( $k/\mu=5/3$ ) を満足する。
- b) 媒体は体積変化に関して弾性的である。
- c) くいちがいの大きさ  $U$  はくいちがい面の全域にわたって一定であり、次の形に書くことができる。 $U=U_0H(t)$ , ここに  $H(t)$  はヘビサイドの単位跳躍関数である。

このようにして導いた半無限粘弾性体の自由表面での変位式を微分することによって、ひずみの式を導き、さらに体積ひずみを導いた。これらの結果を用いて、上記粘弾性体の応力対ひずみおよびひずみ速度の関係式から自由表面の応力を求めた。

## 数値計算結果

導かれた応力と静水圧は、せん断弾性率  $\mu$  とくいちがいの大きさ  $U_0$  とに比例する。数値計算では  $U_0=1/3 \times 10^{-4}L$  とした。これは 300 km の長さの断層が 5 m くいちがうことに相当する。また、 $h=0, H=L/10$  とした。

図-2 に応力が時間とともに変化する様相を示してある。図の観測点は第1象限で直線  $x=y$  に沿って原点(断層線の中心)から  $2L, 3L, 5L$  の距離にある地面上の3つの点である。図から応力の絶対値が時間と

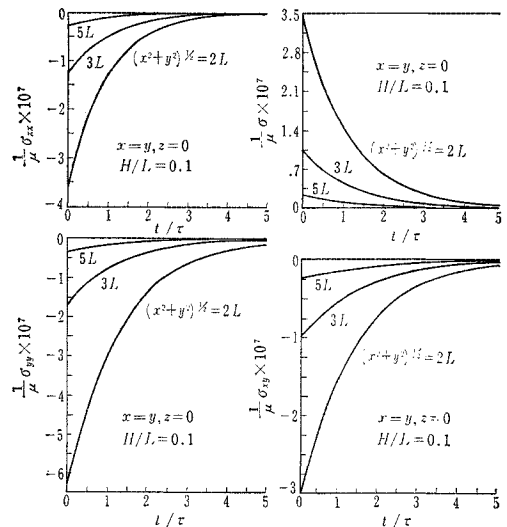


図-2 応力と静水圧の時間による変動

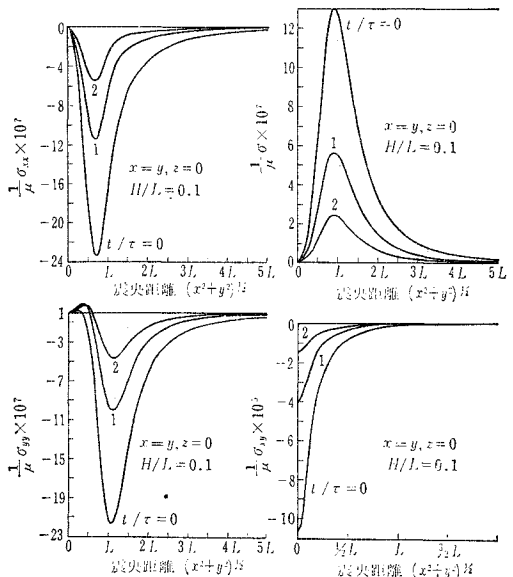


図-3 応力と静水圧の震央距離による変化

もに極限值 0 まで双曲線状に衰微して行くのが明瞭に認められる。

図-3 に応力が第 1 象限で直線  $x=y$  に沿った距離に応じて変化する様相を示してある。各図で  $t/\tau=0$  の曲線は弾性体の場合に相当している。震源の近くではせん断応力  $\sigma_{xy}$  は直応力  $\sigma_{xy}, \sigma_{yy}$  より 2 桁ほど大きな値であるが、震源から離れるに従い急激にその値を減じ、 $2L$  の距離では他の応力と同程度となる。 $\sigma_{xx}$  は原点で 0 であり、それから明白な最小値を示したのち双曲線状に 0 になる。この最小値は時間が増加するにつれて原点に寄っていく。 $\sigma_{yy}$  もほぼ同じ特性を示し、静水圧も逆の意味で  $\sigma_{xx}$  と同じ特性を示す。

### 結 論

有限で矩形の鉛直横すべり断層による半無限粘弾性体の表面応力は時間とともに双曲線状に衰微する。著者達の先の研究では変位やひずみなどは時間とともに 0 になる傾向はないので対照的である。

## ねじりおよび曲げを受けるプレストレスト コンクリートはり

“Torsion and Bending of Prestressed Concrete Beams”  
 Martin, L.H. and Wainwright, P.J.  
 Proc. of A.S.C.E., Vol. 99, No. ST 11, pp. 2229~2244, November (1973)

本論文は、補強筋のないプレストレスト コンクリートはりに、ねじりおよび曲げモーメントが作用するときの破壊耐力の一般式を理論的に導き、実験値と比較したものである。

鉄筋コンクリートおよびプレストレスト コンクリートはりのねじり耐力の算定に関しては、Lessig によって提案され、Tsu により発見された斜め曲げ理論によるものがよい推定値を与えるといわれているが、本論文でもやはり斜め曲げ破壊面を考え、破壊形式を曲げモーメント  $M$  とねじりモーメント  $T$  の比  $M/T$  の大小、およびプレストレス分布状態によって Mode 1, Mode 2, および Mode 3 の 3 つのタイプに分けて理論を展開し、曲げとねじりを受けるプレストレスト コンクリートはりの理論的な耐力算定式を導いている。

Mode 1:  $M/T$  が大きく曲げが卓越するときの破壊形式で、図-1 に示されるような破壊面を形成し、破壊は曲げひびわれの進展があったのち、はり軸に垂直な面に作用する圧縮応力とせん断応力の組合せにより、Cowan の破壊条件から決定される。

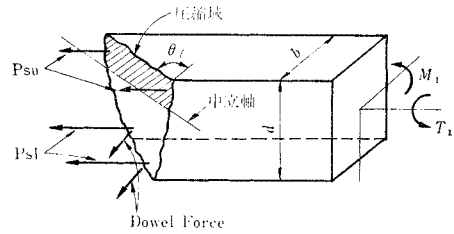


図-1 Mode 1 の破壊形式

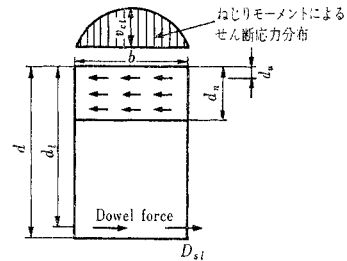


図-2 はり軸に垂直な断面におけるねじりモーメントのつり合

組合せ応力のうち、圧縮応力  $f_{cm}$  は、圧縮域のプレストレス緊張力  $P_{su}$  と外力曲げモーメント  $M_1$  から式 (1) によって求められ、またせん断応力  $v_{ct}$  は、図-2 に示されるように外力ねじりモーメント  $T_1$  を、圧縮域コンクリートと PC 鋼棒の Dowel Force で抵抗していると考えて、式 (2) のように求められる。

$$M_1 + P_{su}(d_1 - d_u) = k_{cm} b d_n l a f_{cm} \dots \dots \dots (1)$$

$$T_1 = k_{cv} b d_n l a v_{ct} \dots \dots \dots (2)$$

式 (1) および式 (2) を Cowan の破壊条件式を変形した式 (3) に代入して整理すると式 (4) が得られ、 $M_1$  と  $T_1$  の関係は、

$$\frac{4}{(1 - \sin \beta)^2} \left( \frac{v_{ct}}{f'_c} \right)^2 + \frac{(1 + \sin \beta)}{(1 - \sin \beta)} \left( \frac{f_{cm}}{f'_c} \right)^2 - \frac{2 \sin \beta}{1 - \sin \beta} \left( \frac{f_{cm}}{f'_c} \right) = 1 \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{4}{(1 - \sin \beta)^2} \left( \frac{T_1}{k_{cv} b d_n l a f'_c} \right)^2 + \frac{(1 + \sin \beta)}{(1 - \sin \beta)} \left[ \frac{M_1 + P_{su}(d_1 - d_u)}{k_{cm} b d_n l a f'_c} \right]^2 - \frac{2 \sin \beta}{(1 - \sin \beta)} \cdot \left[ \frac{M_1 + P_{su}(d_1 - d_u)}{k_{cm} b d_n l a f'_c} \right] = 1 \dots \dots \dots (4)$$

コンクリートの強度、PC 鋼棒の緊張力、圧縮縁から中立軸までの距離  $d_n$  およびはりの断面形状から決定される諸定数から求めることができた。

式 (4) 中の未知数  $d_n$  は、図-1 の斜め曲げ破壊面に垂直に作用する力のつり合から式 (5) により求められる。また式 (5) における圧縮ヒンジの傾き  $\theta_1$  は、弾性理論で求められる初期ひびわれ角  $\theta$  に大きく影響されるので、 $\theta_1 = \theta$  と置くことにより得られる。なお、式 (4)、(5) におけるプレストレス緊張力を 0 と置け

ば、鉄筋コンクリートはりに対する算定式となる。

$$\frac{d_n}{d_l} = -F \cdot m P_{sl} + \sqrt{(F \cdot m \cdot P_{sl})^2 + 2 F m P_{sl}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで

$$F = \frac{B_l}{2 k_{cmi} \left( 1 - \left\{ \frac{(P_{sl} + P_{su}) l_a - T_1 \tan \theta_1 \left[ \frac{E_{sl}}{G_{sl}} B_l - 1 \right]}{M_1 + T_1 \tan \theta_1 + P_{su} (d_l - d_u)} \right\} \right)} \dots\dots\dots (5)'$$

Mode 2:  $M/T$  が小さくなり、ねじりがしだいに卓越してくると、破壊形式は図-3 (a) に示されるようになる。この破壊面を図-3 (b) のように単純化し、断面に生ずる最大引張応力がコンクリートの曲げ強度  $f_r$  に達したときに破壊するという最大主応力説により、Cowan, Hsu 等によって求められたものと同様な式 (6) を得ることができる。

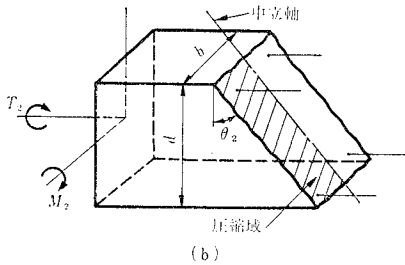
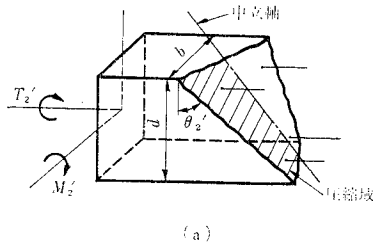


図-3 Mode 2 の破壊形式 (a) と単純化された破壊面 (b)

$$\frac{T_2}{T_{u2}} = 1 \dots\dots\dots (6)$$

ここで

$$T_{u2} = \frac{db^2}{3} f_r \sqrt{1 + \frac{P_{c2}}{f_r}}$$

なお、 $H_{su}$  は式 (6) における  $f_r$  に対し、 $M_0 h_r$  の破壊論から求められる引張強度の減少を考慮した、低減係数 0.85 を乗じているが、ここでは破壊面を図-3 (a) から図-3 (b) に単純化したことによって生ずる誤差を両断面の断面係数の比から求め、式 (6) を式 (7) のように修正している。

$$T'_{u2} = \frac{1}{3 + \left(\frac{b}{d}\right)^{1/2} + 0.35 \left(\frac{b}{d}\right)^{1/2} \left(\frac{P_{c2}}{f_r}\right)^{1/2}} db^2 f_r$$

$$\cdot \sqrt{1 + \frac{P_{c2}}{f_r}} \dots\dots\dots (7)$$

Mode 3:  $M/T$  が小さく、はりの下縁側に偏心してプレストレスが導入されている場合に生ずる破壊形式で、図-4 に示されるように、はりの上縁にひびわれが発生することによって破壊する。

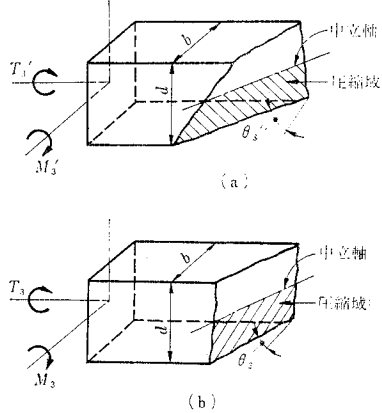


図-4 Mode 3 の破壊形式 (a) と単純化された破壊面 (b)

この場合、破壊耐力は Mode 2 と同様の考え方により求められ、式 (8) および断面係数比により修正された形で示される式 (9) のようになる。

$$\left(\frac{T_3}{T_{u3}}\right)^2 - \frac{M}{M_{u3}} = 1 \dots\dots\dots (8)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} T'_{u3} &= \frac{1}{3 + \left(\frac{d}{b}\right)^{1/2} + 0.35 \left(\frac{d}{b}\right)^{1/2} \left(\frac{P_{c3}}{f_r}\right)^{1/2}} \\ &\quad \cdot bd^2 f_r \sqrt{1 + \frac{P_{c3}}{f_r}} \\ M_{u3} &= \frac{bd^2}{6} f_r \left(1 + \frac{P_{c3}}{f_r}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

以上、3つの Mode に分けて求められた  $T$  と  $M$  の関係を模式的にまとめると、図-5 のようになる。

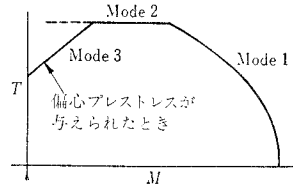


図-5 3つの破壊形式の理論的關係

これらの理論式から計算される値を種々の研究者によって行われた実験結果と比較すると表-1 (原本参照) のような結果となり、Mode 1 の場合 33 case で  $T_{1exp}/T_{1theory} = 1.00$  変動係数 18%, Mode 2 の場合 87 case で  $T_{2exp}/T_{2theory} = 1.02$  変動係数 14%, Mode 3 の場合 5 case で  $T_{3exp}/T_{3theory} = 0.96$ , 変動係数 22%

であった。

- $\beta$  : Cowan の破壊包絡線の傾き (=37°)
- $P_{su}, P_{st}$  : 圧縮域および引張域の P C 鋼棒の緊張力
- $p_{c2}, p_{c3}$  : 側面中央および上縁中央のプレストレスト量
- $B_e$  : P C 鋼棒の付着係数
- $m$  :  $E_s/E_c$

## 非定常過程の一スペクトル解析

"An Approach to Time-Varying Spectral Analysis"  
 Liu, S.C.  
 Proc. of A.S.C.E., Vol. 98, No. EM 1,  
 pp. 243~253, February (1972)

### (1) 序 論

非定常過程のスペクトル解析は最近とくに盛んに研究されている。現在、主な非定常スペクトルの定義は次の4種である。a) Page の instantaneous power spectrum, b) Priestley の evolutionary spectrum, c) Mark の physical spectrum, d) 2次元のフーリエ変換で定義されたスペクトル, である。本論文では a) の instantaneous power spectrum の意味を拡張して「時間変動スペクトル (time-varying spectra)」の定義を説明し、このスペクトルを用いて線形系フィルターの入力-応答関係を導いて物理的な意味付けを行った。とくに、応答の時間変動スペクトルの近似式とその誤差についても検討を加えている。最後に、実際の衝撃関数を使って数値的に解析を行った。

### (2) 時間変動スペクトルとその特性

$x(t)$  を区間  $(-\infty, \infty)$  で任意の確率過程としよう。 $x(t)$  の running spectrum (r.s.) と instantaneous power spectrum (i.p.s.) はそれぞれ次式で定義される。

$$\text{r.s.} : X(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{i.p.s.} : \rho_x(t, \omega) &= \frac{\partial}{\partial t} |X(t, \omega)|^2 \\ &= 2x(t)R_e[\exp(i\omega t)X(t, \omega)] \\ &\dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

式(1)からわかるように、 $X(t, \omega)$  はエルミート型であり、 $t \rightarrow \infty$  にすると  $X(t, \omega) \rightarrow X(\omega)$  となって通常のフーリエ変換となる。もし  $x(t)$  が時間  $t$  に従属する自己相関関数  $R_x(t, \tau)$  をもてば、i.p.s. はサンプル関数のスペクトルの集合平均と見ることができる。 $S_x(t, \omega) = E[\rho_x(t, \omega)]$  として式(2)の両辺の期待値

をとれば、

$$S_x(t, \omega) = 2 \int_0^{\infty} R_x(t, \tau) \cos \omega \tau d\tau \dots\dots\dots (3)$$

となる。 $x(t)$  が定常のときには、式(3)は通常のパワースペクトル  $S(\omega)$  と自己相関関数  $R_x(\tau)$  の関係となる。また式(3)は  $X(t, \omega)$  が未知の場合、i.p.s. の定義として用いられる。

時間  $t$  までの  $x(t)$  の全エネルギーを  $E(t)$  とすれば、

$$\begin{aligned} E(t) &= \int_{-\infty}^t |X(\tau)|^2 d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^t |X(t, \omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{\infty} \rho_X(t, \omega) d\omega d\tau \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

で与えられる。

### (3) 入力応答関係式

一対の伝達関数  $h(t)$  と  $H(\omega)$  を持つ線形系フィルターに  $x(t)$  が入力した場合、応答  $y(t)$  は、

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) X(t, \omega) \exp(i\omega t) d\omega \\ &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

で与えられる。

1) 時間変動スペクトル——応答  $y(t)$  の r.s. と i.p.s. をそれぞれ  $Y(t, \omega)$ ,  $\rho_Y(t, \omega)$  とし、 $f(\tau, \tau_2) = x(\tau_1)h(\tau_2)\exp[-i\omega(\tau_1+\tau_2)]$  とすれば、 $Y(t, \omega)$  は

$$\begin{aligned} Y(t, \omega) &= \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t-\tau_1} f(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 \\ &= X(t, \omega)H(\omega) - e_Y(t, \omega) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$e_Y(t, \omega) = \int_0^t d\tau_1 \int_{t-\tau_1}^{\infty} f(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 \dots\dots\dots (7)$$

$x(t)$  と  $y(t)$  において区間  $(t, \infty)$  の部分を  $x_t, y_t$  とし、そのフーリエ変換をそれぞれ  $F\{x_t\}, F\{y_t\}$  とすれば式(7)は次式の形にも書ける。

$$e_Y(t, \omega) = H(\omega)F\{x_t\} - F\{y_t\} \dots\dots\dots (8)$$

$y(t)$  の i.p.s. は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \rho_Y(t, \omega) &= \left( \frac{\partial X}{\partial t} H - \frac{\partial e_Y}{\partial t} \right) (X^* H^* - e_Y^*) \\ &\quad + (X H - e_Y) \left( \frac{\partial X^*}{\partial t} H^* - \frac{\partial e_Y^*}{\partial t} \right) \\ &= \rho_x(t, \omega) |H(\omega)|^2 + e_p(t, \omega) \dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで \*印は共役複素数である。 $e_p(t, \omega)$  は、

$$\begin{aligned} e_p(t, \omega) &= \frac{\partial}{\partial t} |e_Y|^2 - H e_Y^* \frac{\partial X}{\partial t} - H^* e_Y \frac{\partial X^*}{\partial t} \\ &\dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

2) 近似式と誤差の検討——応答  $y(t)$  の r.s. と i.p.s. の近似式を式(6)、式(9)より

$$\left. \begin{aligned} Y(t, \omega) &= X(t, \omega)H(\omega) \\ \rho_y(t, \omega) &= \rho_x(t, \omega)|H(\omega)|^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

と表わした場合、式(7)または式(8)と式(10)の  $e_Y, e_p$  は誤差関数とみることができる。式(11)で近似できるための  $x(t)$  と  $h(t)$  の条件はどのようなものであろうか。

ノルムとパーセバルの定理を用いて誤差関数  $e_Y$  の特性を検討し、工学的には1次と2次の線形系がよく使われること、さらに多くの場合、インパルス応答関数と入力関数は有界であって、 $|h(t)| \leq A_1 \exp(-a_1 t)$  と  $|x(t)| \leq A_2 \exp(-a_2 t)$  (ここで、 $A_1, A_2$  は正定数で  $a_1 > a_2$ ) と書けることから、結局式(8)を使って次のようになる。

$$\begin{aligned} |e_Y(t, \omega)| &\leq \int_0^t |x(\tau_1) e^{-i\omega\tau_1}| \\ &\quad \cdot \int_{t-\tau_1}^{\infty} |h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2}| d\tau_2 d\tau_1 \\ &\leq \frac{A_1 A_2}{a_1(a_1 - a_2)} (e^{-a_2 t} - e^{-a_1 t}) \dots(12) \end{aligned}$$

したがって、 $t$  が増加するにつれ  $|e_Y(t, \omega)|$  は0に近づき、ある時間以上では誤差  $|e_Y(t, \omega)|$  は無視できるほど小さいとみなすことができよう。

#### (4) 数値解析

入力関数として、1) タフト地震の加速度波 (S 21 W, 1952年7月)、2) 正弦波  $\sin(\pi t/5)$ 、3) Ivy-Mike Weapon Test で記録された波の水平成分と、4) 垂直成分を用いた。図-1と図-2はそれぞれタフト地震記録の Running spectra と Instantaneous power spectra である。図-3と図-4は、各入力関数について、時間領域と周波数領域でのエネルギー分布である。なお、エネルギー関数は式(4)より、積分の上限を  $t \rightarrow \infty$  とし、次式で計算された。

$$\begin{aligned} E(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} |X(t, \omega)|^2 d\omega \\ E(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} |X(t, \omega)|^2 dt \end{aligned}$$

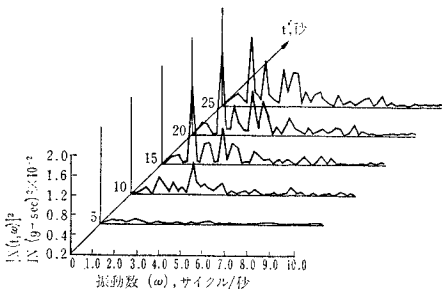


図-1 タフト地震の二乗振幅 running spectra 1952年7月21日 S 21 W 成分

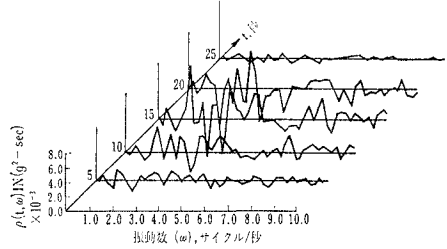


図-2 タフト地震の instantaneous power spectra

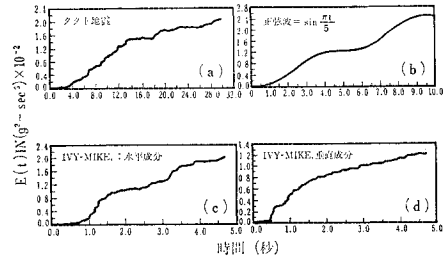


図-3 時間領域のエネルギー分布

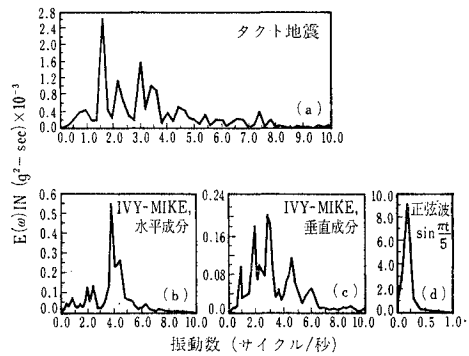


図-4 周波数領域のエネルギー分布

#### (5) 結論

1) Page の Instantaneous power spectrum に基づいた時間変動スペクトルを用いると、時間と周波数領域でのエネルギー分布を求めることができる。ゆえに、以前定常の場合に限られたスペクトル解析を非定常の場合にも拡張し、その物理的意味付けを行った。

2) 時間変動スペクトルを用いて線形系の入力-応答関係を導き、特にその近似式と誤差についても検討した。

3) ここで述べた手法はコンピュータによる数値計算に容易に適用でき、数値計算を行った結果からも、この手法は工学面での波形記録の物理的特性を明らかにする有用なアプローチであることを示した。

#### 抄 訳 者

青 鹿：日本鋼管(株)技術研究所/渡 辺：電力中央研究所技術第二研究所/後 藤：東京大学工学部土木工学科/草 野：武蔵工業大学大学院