

数値解析法講座 17

応用編

計画手法 (Ⅲ)

交通計画

佐佐木 綱*

従来、交通計画のみならず計画一般にしばしば用いられる計画手法、たとえば線形計画法、二次計画法、待ち合せ理論などは計画手法一般にゆずることにし、ここでは多少一般性は少ないかも知れないが、今後交通計画の分野で独自の発展をすと思われるものについて紹介することにします。

1. マルコフ過程

(1) 交通量分布

いま簡略化のため、図-1 に示すようなグラフを考える。地点 ⑤ から車が1分間に何台かずつ走り出して、矢印に従う向きに走るものとする。このとき、ある地点から二つ以上の向きに分岐する場合は、図-1 に示されているような遷移確率に従って分流するものとする。すなわち、地点 ④ から ② へいく確率は1であり、地点 ② から ① および ③ へ向う確率はそれぞれ 1/3 および 2/3 であり、矢印の方向にしか車は走らないものとする。

このとき、毎分5台ずつの車が地点 ⑤ から出発し、与えられた遷移確率に従って道路網の中を流れ、最後に地点 ① に到着してくる場合、各道路にはいくらの交通量が現われてくるであろうか。

このような問題は、車の場合よりも水流の場合のほうがいっそう適切であるかも知れない。

このような問題を考えていくうちに、吸収マルコフ連

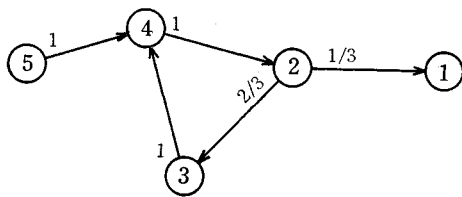


図-1

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科

鎖の理論は有用である。

いま、吸収作用のみをもつ地点（上の例では地点 ①）を吸収状態と呼び、これが r 個あるものとし、非吸収的な状態（地点 ① 以外の地点）が s 個あるものとする。このとき、遷移確率を行列として表わし、吸収状態を行および列とも左上からならべ、次に非吸収状態を配置すると、遷移確率行列は

$$P = \begin{pmatrix} I & O \\ R & Q \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

と表現される。

ここに I は吸収状態を示すもので、 $r \times r$ の単位行列、 O は $r \times s$ の零行列、 R は $s \times r$ の行列、 Q は $s \times s$ の正方行列で非吸収状態相互の遷移確率を表わしている。このような形に整理した行列を標準形と呼んでいる。

この例では1個の吸収状態しかないので、 I 行列は1のみである。すなわち

$$P = \begin{pmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{matrix}$$

が遷移確率行列である。したがって、 Q は

$$Q = \begin{pmatrix} \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{matrix}$$

一般に、このようにして得られた Q に対して

$$I + Q + Q^2 + \dots = (I - Q)^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

なる関係式が成立する。右辺は $(I - Q)$ の逆行列であり、吸収マルコフ連鎖の基本行列と呼ばれる。

非常に面白い性質であるが、この基本行列の ij 要素は ② 地点を出発または通過した1台の車がまわりまわって、① 地点を通過する回数の期待値を表わしている。

上の例では

$$I - Q = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

であり、逆行列を計算すると

$$(I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{matrix}$$

が得られる。たとえば、2行3列の要素3は、地点 ③ をとおった1台の車はまわりまわって地点 ④ を3回通過することになることを意味し、4行2列の値は地点

⑤を出発した車は地点③を2回とおることを意味している。

いま、われわれが問題としている交通量は、最下行(第4行)のみが意味をもつ。

地点⑤を出発した1台の車は地点②を3回とおるから、区間②→①に $3 \times 1/3 = 1$ 台、区間②→③に $3 \times 2/3 = 2$ 台配分され、また、地点③では2回かぞえられるので、区間③→④では $2 \times 1 = 2$ 台、地点④は3回とおるので区間④→②の交通量は $3 \times 1 = 3$ 台となる。しかし、地点⑤を出発する車の数は毎分5台であるので、定常状態においては以上の値を全部5倍した区間交通量が求める配分交通量となる。この結果を図示すると、図-2に示すとおりである。地点⑤から流入した交通量と地点①に流出した交通量とはともに等しく、各5台である。

この例では、地点⑤のみから交通量が発生しているのであるが、一般に、地点②, ③, ④, ⑤からそれぞれ u_2, u_3, u_4, u_5 の交通量が発生するのであれば

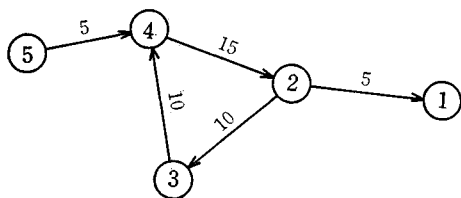


図-2

$$(u_2, u_3, u_4, u_5) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= (3u_2 + 3u_3 + 3u_4 + 3u_5, 2u_2 + 3u_3 + 2u_4 + 2u_5, 2u_2 + 3u_3 + 3u_4 + 3u_5, u_5)$$

が各地点をとる交通量であり、この例のように

$$u_2 = u_3 = u_4 = 0$$

であれば

$$(0, 0, 0, u_5)(I - Q)^{-1} = (3u_5, 2u_5, 3u_5, u_5) \dots \dots \dots (3)$$

が地点②, ③, ④, ⑤を通過する交通量を示している。

また、式(3)に非吸収状態から吸収状態への遷移確率を与える行列 R (4行1列)を乗ずると、吸収源に吸収される交通量 v が得られる。すなわち

$$v = (0, 0, 0, u_5)(I - Q)^{-1}R = u_5 \dots \dots \dots (4)$$

なる関係が成立している。

街路網の各街路区間の交通量を求めるためには、各隣接交差点の間に車の発生源と吸収源とを配置すると、上記の表現法が有効である。

いま、発生源の数と吸収源の数とは等しく、各 r 個ずつあり、吸収でも発生でもない状態、すなわち交差点における出入交通量に対しては $(s-r)$ 個の過渡状態があるものとする。この場合、交差点に過渡状態を割りあててではなくて、交差点への出入り交通量に対して過渡状態を割りあてていることに注意されたい。

遷移確率行列を左上から吸収源、発生源、過渡状態の順に配列する。すなわち

$$P = \begin{bmatrix} \overset{r}{I} & \overset{r}{O} & \overset{s-r}{O} \\ R_1 & O & Q_1 \\ R_2 & O & Q_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ r \\ s-r \end{matrix} \dots \dots \dots (5)$$

一方、発生源からの交通量の行ベクトルを u 、吸収源の吸収量の行ベクトルを v 、街路区間の交通量を X とすると、次の諸式が成立する⁷⁾。

$$v = u[R_1 + Q_1(I - Q_2)^{-1}R_2] \dots \dots \dots (6)$$

$$X = uQ_1(I - Q_2)^{-1} \dots \dots \dots (7)$$

以上の記述は、経過時間を連続的にとらず離散的な扱いをしている点で不便なこともある。このときには、以下のような扱い方がある。

すべての街路区間に番号をつけ、 i 番目の街路区間(その区間長 l_i)に存在する時刻 t の車数を $N_i(t)$ とする。

時刻 t におけるリンク i の中にある車の速度分布を $f_i(v, t)$ で表わす。したがって

$$N_i(t) = \int_0^\infty f_i(v, t) dv, \quad i=1, 2, \dots, j, \dots, k, \dots \dots \dots (8)$$

区間 i から流出する車は交差点によって他の街路区間 j に移って行くであろう。交差点での右左折率などが与えられており、これを p_{ij} と表わす。

いま、 t と $t + \Delta t$ の間における i 区間の車数変化を考えると

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty f_i(v, t + \Delta t) dv - \int_0^\infty f_i(v, t) dv \\ &= \sum_k p_{ki} \int_0^\infty \frac{v \Delta t}{l_k} f_k(v, t) dv \\ & \quad - \int_0^\infty \frac{v \Delta t}{l_i} f_i(v, t) dv \\ & \quad + s_i(t) \Delta t \end{aligned}$$

が成立する。右辺第1項は時間 Δt の間に、区間 k から i に入ってくる車の数を示しており、第2項は区間 i から流出する車数、第3項は区間 i における沿道からの増減交通量である。上式の両辺を Δt で除し、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすると

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_k \frac{p_{ki}}{l_k} V_k(t) N_k(t) - \frac{1}{l_i} V_i(t) N_i(t) + s_i(t) \dots \dots \dots (9)$$

となる。ここに、 $V_k(t)$ は区間 k における空間平均速度であり、一般に

$$V_k(t) = F\{N_k(t)\}, dV_k(t)/dN_k(t) < 0, \\ V_k(t) \geq 0, N_k(t) \geq 0 \dots\dots\dots(10)$$

である。

式 (9) を解くと、街路区間に存在する車の数を算定することができる²⁾。

しかして、 p_{ki} が時間 t に無関係に一定としていることから知られるように、交差点における信号現示が無視されており、信号サイクルよりもかなり長い時間にわたっての交通分布の算定となる。

(2) 交通管制への応用

高速道路における流入ランプを交通発生源、流出ランプを交通吸収源と考えると、式 (7) が成立するので、分岐確率 Q_1 および Q_2 が与えられるならば、高速道路上の区間交通量を定めることができる。

交通管制にあたっては、この分岐確率がある時間一定であると仮定して、区間交通量が交通容量を越えないように、しかも流入車数を最大にするという目標をたてるのであれば、制約条件

$$uQ_1(I-Q_2)^{-1} \leq C \dots\dots\dots(11)$$

のもとで

$$\max(u_1 + u_2 + \dots + u_r) \dots\dots\dots(12)$$

とする u_1, u_2, \dots, u_r を求め、この流入量になるようランプ制御を実施すべきことになる。ここに、 C は交通容量の行ベクトルであり、 u_r は流入ランプ r からの流入車数である³⁾。

(3) OD パターン

いま、考察を簡単にするために閉塞都市を考え、その都市の車のトリップエンドは、常に都市内部に含まれているとする。車の運行をある遷移確率に従った単純マルコフ連鎖であると仮定する。そして、朝あるゾーンを出発した車は 1 日に N トリップの運行を終了したときには、朝出発したゾーンに帰っているものとする（都市内交通の 1 日完結性）。

車の運行のパターンには 図-3 に示すような種類が考えられる。図-3 (a) は 1 日に 6 トリップで最終トリッ

プでかならず出発地に帰る車の運行を示し、図-3 (b) は同じく 6 トリップではあるが、1 日のうちに 3 回出発地に帰る車の運行を示している。このとき、これをサイクルが 3 であると呼ぶことにする。もちろん、遷移確率に従った運行の途中で偶然出発地に帰ってくるということも起こりうるが、これはサイクル数としてかぞえない。

いま、1 日のトリップ数 N およびサイクル数 C が同一な車を集めて一つの車種と考え、これらの車が次のトリップでゾーン j へ向かう確率を p_{ij} で表わす。当然のことながら

$$\sum_j p_{ij} = 1 \quad (i, j=1, 2, 3, \dots, r) \dots\dots\dots(13)$$

である。

この遷移確率を行列の形に書いて

$$P_0 \equiv \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1r} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{r1} & p_{r2} & \dots & p_{rr} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

で表わし、 P_0 を遷移行列と呼ぶ。

ある車種について、朝ゾーン i を出発する車の数を $T_i^{(0)}$ で表わし、行ベクトル

$$T^{(0)} \equiv (T_1^{(0)}, T_2^{(0)}, \dots, T_r^{(0)})$$

によって初期分布を定義することにする。簡単のため、サイクル数を 1 としておく。

最初のトリップによってつくられる OD パターンは、単純マルコフ連鎖の性質によって、正方行列

$$\begin{pmatrix} T_1^{(0)} p_{11} & T_1^{(0)} p_{12} & \dots & T_1^{(0)} p_{1r} \\ T_2^{(0)} p_{21} & T_2^{(0)} p_{22} & \dots & T_2^{(0)} p_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_r^{(0)} p_{r1} & T_r^{(0)} p_{r2} & \dots & T_r^{(0)} p_{rr} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(15)$$

によって与えられ、第 1 回のトリップ終了時に各ゾーンに到着する車の数は式 (15) の列和で与えられるから、これを行ベクトル

$$T^{(1)} \equiv (T_1^{(1)}, T_2^{(1)}, \dots, T_r^{(1)})$$

で表わすと

$$T^{(1)} = T^{(0)} P_0 \dots\dots\dots(16)$$

一般に、 N トリップ終了時の各ゾーンの到着車数は

$$T^{(N)} = T^{(0)} P_0^N \dots\dots\dots(17)$$

で与えられる。

第 2 回目のトリップによって構成される OD パターンは、式 (15) の T の右肩の 0 という数字を 1 でおきかえて得られる。したがって、最初から $N-1$ 回目のトリップまでに得られる ij 間の OD 交通量は

$$T_i^{(0)} p_{ij} + T_i^{(1)} p_{ij} + \dots + T_i^{(N-2)} p_{ij}$$

で与えられ、サイクル数が 1 であるから、最終トリップでゾーン i から j への OD 交通量は最終トリップのまえのトリップでゾーン i へ到着した車のうち、朝ゾー

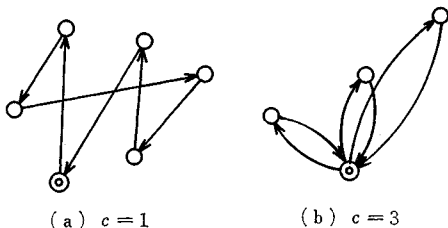


図-3

ン j を出た車であるから

$$T_j^{(0)}(P_0^{N-1})_{ji} = T_j^{(0)} p_{ji}^{(N-1)}$$

で与えられる。ここに、 $(P_0^{N-1})_{ji}$ は P_0^{N-1} の ji 要素を意味し、 $p_{ji}^{(N-1)}$ によって、その要素を表わす。

したがって、1日のOD交通量を n_{ij} とすると

$$n_{ij} = (T_i^{(0)} + T_i^{(1)} + T_i^{(2)} + \dots + T_i^{(N-2)}) p_{ij} + T_j^{(0)} p_{ji}^{(N-1)} \dots \dots \dots (18)$$

が成立する。

式(14)で与えられる遷移確率 P_0 はこれを無限大乗すると、極限行列

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_r \\ w_1 & w_2 & \dots & w_r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 & w_2 & \dots & w_r \end{bmatrix}$$

に収れんすることがわかっている。この極限確率 w_i を正確に求めるには

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= p_{11}w_1 + p_{21}w_2 + \dots + p_{r1}w_r \\ w_2 &= p_{12}w_1 + p_{22}w_2 + \dots + p_{r2}w_r \\ &\dots \dots \dots \\ w_r &= p_{1r}w_1 + p_{2r}w_2 + \dots + p_{rr}w_r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

の r 個の式のうち任意の1個を除き、そのかわりに $w_1 + w_2 + \dots + w_r = 1$ $\dots \dots \dots (20)$

を採用した r 個の連立方程式を解いて得られる。

いま、かりに全車数を T とし、 $(T = \sum T_i)$

$$T_i^{(0)} = Tw_i \dots \dots \dots (21)$$

と仮定すると、各回のODパターンは不変となり

$$T \begin{bmatrix} w_1 p_{11} & w_1 p_{12} & \dots & w_1 p_{1r} \\ \dots \dots \dots \\ w_r p_{r1} & w_r p_{r2} & \dots & w_r p_{rr} \end{bmatrix}$$

で与えられ、かつ $N > 4$ に対して、実用上

$$p_{ji}^{(N-1)} \approx w_i$$

とみなしてよいので

$$T_j^{(0)} p_{ji}^{(N-1)} \approx Tw_i w_j$$

であり、式(18)は

$$n_{ij} = TNw_i p_{ij} + Tw_i(w_j - p_{ij}) \dots \dots \dots (22)$$

$$\approx TNw_i p_{ij} \dots \dots \dots (23)$$

となる⁴⁾。

(4) パーソントリップ・パターン

吸収マルコフ連鎖の応用として、朝自宅を出発してから夜自宅へ帰るまでの動きを表わすことが可能であろう。いま図-4に示すような動きであると、自宅を出発してから勤務先に行き、会議で他の会社に出かけ、帰社の途中駅に客を迎え、一度会社に帰ったのち客をホテルに迎り帰宅した人のパターンを表わしている。これは、二つのループからなるが、自宅をベースと考えると、一つのサイクルをもつパターンの一つとも考えられる。ここでは、自宅をベースとする1サイクルの人の動きを考

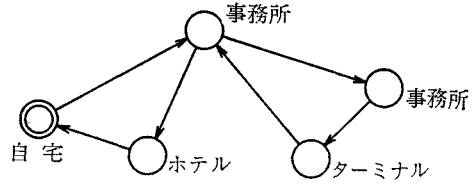


図-4

えてみる。

交通目的を $1, 2, \dots, q, \dots, Q$ とし、各交通目的をもつ第1トリップの数をベクトル

$$L^{(1)} = (l_1^{(1)}, l_2^{(1)}, \dots, l_Q^{(1)}) \dots \dots \dots (24)$$

で表わし

$$L^{(1)} = \begin{bmatrix} l_1^{(1)} & & & O \\ & l_2^{(1)} & & \\ & & \ddots & \\ O & & & l_Q^{(1)} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (25)$$

とする。ゾーン $1, 2, \dots, N$ から生じる交通目的 q の第1トリップの割合を $u_1^q, u_2^q, \dots, u_n^q, \dots, u_N^q$ とし

$$U = \begin{bmatrix} u_1^1, u_2^1, \dots, u_N^1 & & & O \\ & u_1^2, u_2^2, \dots, u_N^2 & & \\ & & \ddots & \\ O & & & u_1^Q, u_2^Q, \dots, u_N^Q \end{bmatrix}$$

をつくると、各交通目的ごとの各ゾーンにおける第1トリップの数は

$$L^{(1)}U$$

で与えられる。もし、各トリップが交通目的ごとのゾーン間遷移確率 P_1, P_2, \dots, P_Q に従うのであれば、各ゾーンに吸引される第1トリップの数は

$$L^{(1)}UP \dots \dots \dots (26)$$

で与えられる。ここに

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & & & O \\ & P_2 & & \\ & & \ddots & \\ O & & & P_Q \end{bmatrix} \dots \dots \dots (27)$$

であり、また

$$P_q = \begin{bmatrix} p_{11}^q, p_{12}^q, \dots, p_{1N}^q \\ \dots \dots \dots \\ p_{N1}^q, p_{N2}^q, \dots, p_{NN}^q \end{bmatrix}, \sum_{j=1}^N p_{ij}^q = 1 \dots \dots \dots (28)$$

さらに、交通目的間の遷移行列を Q で表わすと

$$Q = \begin{bmatrix} I & O \\ R & Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & O & \dots & O \\ \vdots & y_{10} & y_{11} & y_{1Q} & \vdots & \\ \vdots & y_{Q0} & y_{Q1} & y_{QQ} & \vdots & \end{bmatrix} \dots \dots \dots (29)$$

交通目的 O は帰宅を意味しており、吸収状態を示している。 R は帰宅ベクトルであり Y は立回り行列である。いま、 y_{ij} を対角要素(他の要素は O)とする $N \times N$ の行列を Y_{ij} としたとき、行列 Y の拡大行列 \bar{Y} を考える。

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1Q} \\ Y_{21}, Y_{22}, \dots, Y_{2Q} \\ \dots \\ Y_{Q1}, Y_{Q2}, \dots, Y_{QQ} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (30)$$

このとき、各ゾーンから発生する第2トリップの数は $L^{(1)}UP\bar{Y}$

各ゾーンに吸引される第2トリップの数は $L^{(1)}UP\bar{Y}P$ であり、一般に、各ゾーンから発生する k 番目のトリップ数は $L^{(1)}U(P\bar{Y})^{k-1}$ となる。

このようにして、ベースに吸収される前までの OD パターンは

$$L^{(1)}\bar{U}P(I-\bar{Y}P)^{-1} \dots \dots \dots (31)$$

で与えられる。ここに、 I は単位行列、 $L^{(1)}\bar{U}$ は $l_1^{(1)}u_1^1, \dots, l_1^{(1)}u_N^1, \dots, l_Q^{(1)}u_1^Q, \dots, l_Q^{(1)}u_N^Q$ を対角要素とし、他の要素をすべて0とおいた行列である。

一方、帰宅(吸収される)トリップの OD 表は

$$[L^{(1)}\bar{U}P(I-\bar{Y}P)^{-1}\bar{R}]^t \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 \bar{R} は \bar{Y} と同じように R の拡大行列、 t は転置行列を意味する。

このようにして、パーソントリップを交通目的別 OD 表の構成として表現することができる⁵⁾。

2. 情報理論

いま、たがいに独立な n 個の事象があって、それぞれの事象の生起確率が p_1, p_2, \dots, p_n であるとする、各事象のもつ情報量は $-\log p_i$ で与えられるので、全体としての平均情報量は

$$\begin{aligned} H &= -p_1 \log p_1 - p_2 \log p_2 - \dots - p_n \log p_n \\ &= -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

で表わされる。これをエントロピーと呼んでいる。普通には、対数の底は2にとっている。

図-5 に示すような A, B 2 地点間に 2 本の道路があ

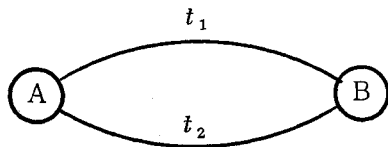


図-5

る場合、おのおのの道路を利用した場合の走行所要時間を t_1 および t_2 とする。このとき、1 台あたりの平均所要時間は

$$\bar{t} = p_1 t_1 + p_2 t_2 \dots \dots \dots (34)$$

となる。ここに、 p_1, p_2 はそれぞれの道路の交通量配分比であり

$$p_1 + p_2 = 1 \dots \dots \dots (35)$$

である。このとき、情報理論にならって単位時間あたりのエントロピー H/\bar{t} を最大にする p_1, p_2 を求めるものとする。条件式は式 (35) であるから、ラグランジュ関数を最大にすればよい。ここに、 λ は未定乗数である。

$$F = \frac{H}{\bar{t}} + \lambda(p_1 + p_2 - 1) \dots \dots \dots (36)$$

式 (36) を p_1, p_2 および λ について偏微分して 0 とおくと連立方程式が得られ、これを解いて

$$p_i = 2^{-t_i(H/\bar{t})} \quad (i=1, 2) \dots \dots \dots (37)$$

を得る。いま

$$2^{-H/\bar{t}} = W^{-1}$$

とおけば

$$W^{-t_1} + W^{-t_2} = 1 \dots \dots \dots (38)$$

が成り立つ。上の方程式を満足する根のうちで正根を求めると

$$H/\bar{t} = \log W$$

となる。したがって

$$p_1 = 2^{-\log W t_1}, \quad p_2 = 2^{-\log W t_2} \dots \dots \dots (39)$$

となる。

なにゆえ単位時間あたりのエントロピーを最大にすればよいのか、その理論的根拠に乏しいが、実際の交通量観測の結果とかなりの一致をみている報告例が多い^{6), 7)}。

上記の手法は 2 地点間の交通量配分であったから、OD ペアは 1 組しかない。この方法を、一般に $n \times n$ 個の OD ペアに対して拡張してみる。ただし、ゾーン間の経路は問題にせずに、OD 間の交通量分布に対して適用されたものである。

将来の OD 交通量が式 (23) のように記述される場合、その行和および列和はそれぞれ

$$\begin{aligned} \sum_j TNw_i p_{ij} &= TNw_i, \quad \sum_i TNw_i p_{ij} = TNw_j \\ &\dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

で表わされ、将来 OD パターンを求める問題ではこれらの右辺の値は先決されている。すなわち、 T, N および w_i の値が前もって与えられているわけである。式 (40) の両辺を TN で除すと

$$\sum_{i=1}^r p_{ij} = 1, \quad \sum_{i=1}^r w_i p_{ij} = w_j \dots \dots \dots (41)$$

なる関係式が得られる。 r はゾーンの数である。

いま、OD 分布を求めるために、情報理論の模倣から単位時間のエントロピーを最大にするを考え

$$H/\bar{t} = -\frac{\sum \sum w_i p_{ij} \log p_{ij}}{\sum \sum w_i p_{ij} t_{ij}} \dots \dots \dots (42)$$

なる目的関数を制約条件式 (41) の下で最大にする p_{ij} を求める。ここに、 t_{ij} はゾーン i, j 間の所要時間である。式 (41) および式 (42) の中の w_i はすでに固定されていることはいうまでもない。このような方法で算出さ

れた OD 分布も、またかなり実績値に符合している。

3. ネットワーク・トポロジー

まず、アーク・ノードインシデンス行列 A_0 および A を導入する。 A_0 の要素は

$$a_{i,n} = \begin{cases} 1: \text{アーク } i \text{ がノード } n \text{ から出ている場合} \\ -1: \text{アーク } i \text{ がノード } n \text{ に入っている場合} \\ 0: \text{アーク } i \text{ がノード } n \text{ に結合されていない場合} \end{cases}$$

たとえば、図-6 に示すネットワークに対するインシデンス行列は

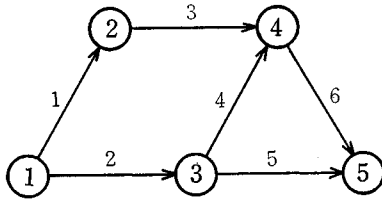


図-6

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

A_0 の各行の和は常に 0 となるので、任意の 1 行を除いてもこの行列は一意的に決定される。そこで、吸引点が唯一のときは (図-6 ではノード 5)、これに対応する列を除き、この行列を A と表わす。上の例では第 5 列を省略したものが A である。

各ノード n は電流源をもっており、そこで生じる電流を Q_n とする。キルヒホッフの第 1, 第 2 法則は次のように書き表わされる。

$$Q = A^t q, \quad v = AV \quad (43)$$

ここに、 A^t は A の転置行列を、 Q, q, v, V の各要素はそれぞれ電流源 n から発生する電流、アーク i の電流、アーク i の両端の電位差、吸引点に対する各ノードの電位を表わしている。すなわち

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_M \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_M \end{bmatrix}$$

.....(44)

ここに N および M は吸引点を除いたノード数、アーク数である。一方、オームの法則は

$$v = Wq \quad (45)$$

あるいは

$$q = Yv \quad (46)$$

ここに、 W は抵抗を、 Y はその逆数を対角要素とする行列

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & & & & \\ & W_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & W_M & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{W_1} & & & & 0 \\ & & & & \\ & & \frac{1}{W_2} & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & \frac{1}{W_M} \end{bmatrix}$$

である。式 (43) の第 1 式に式 (46) を、次に式 (43) の第 2 式を代入すると、 $Q = A^t Y A V$ が得られ、 $V = (A^t Y A)^{-1} Q$ を式 $q = YV$ に代入して

$$q = Y A (A^t Y A)^{-1} Q \quad (47)$$

を得る。このとき、吸引点に対する各ノードの電位はその吸引点と各ノード間の任意のルートに沿って一定である。

いま、走行時間が電圧に相当するものとする、 V および v はそれぞれ各ノードと共通の目的地 (吸引点) との間の走行所要時間、各アーク上の走行時間を表わしている。

よって、式 (43) の第 2 式のかわりに

$$t = AT \quad (48)$$

とおく。ここに

$$t = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_i \\ \vdots \\ t_M \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix}$$

である。オームの法則に相当する式は、走行時間関数

$$t = Wq \quad (49)$$

あるいは

$$q = Kt \quad (50)$$

である。したがって、走行時間関数が式 (49) で与えられるときの等時間原則による交通量配分は

$$q = KA(A^t KA)^{-1} Q \quad (51)$$

で与えられる。 Q はノードからの発生交通量であり、吸引点は 1 か所であるから、OD 交通量の列ベクトルである。

走行時間関数は交通量が 0 のときでも一定値をもつべきであるので

$$t_i = W_i q_i + Z_i \quad (52)$$

$$(i=1, 2, \dots, M)$$

なる関数式のほうが実用的である。

走行時間関数が式 (52) のように交通量の一次式で与えられるときは

$$q = KA(A^t KA)^{-1} Q - [K - KA(A^t KA)^{-1} A^t K] Z \quad (53)$$

となる。

このようにして等時間原則に従う配分交通量を算定する方法が見いだされている⁹⁾。

参 考 文 献

- 1) 佐佐木綱：吸収マルコフ過程による交通量配分理論，土木学会論文集，第121号，pp. 28~32，昭和40年9月。
- 2) 松井 寛：Theory of Traffic Distribution Through the Continuous-Time Absorbing Markov Process，名古屋工業大学紀要 21 卷，pp. 317~326，昭和44年。
- 3) 佐佐木綱・明神 証：Theory Inflow Control on an Urban Expressway System，土木学会論文集，第160号，pp. 88~95，昭和43年12月。
- 4) 佐佐木綱：都市内ODパターンの確率的構造，交通工学，1巻1号，pp. 2~10，昭和41年4月。
- 5) 佐佐木綱：Estimation of Person Trip Patterns Through Markov Chains，第5回国際交通流・輸送理論シンポジウム論文集，pp. 119~130，昭和46年6月。
- 6) 平原覚治：道路の利用率（転換率）の推定について，——情報理論の応用——，日本道路公団第2回業務研究発表会論文集，pp. 125~129，昭和35年5月。
- 7) 藤森謙一：Application of Operations Research to Road Traffic，J. Opns. Res. Soc. Japan，8巻1号，pp. 45~50。
- 8) 佐佐木綱：遷移確率法によるOD交通量の推定（エントロピー法），道路，第306号，pp. 70~77，昭和41年8月。
- 9) 日本OR学会関西支部：関西OR研究報文集，第1巻。

講演会，シンポジウム資料の頒布について

1. 構造物の耐風性に関する第2回シンポジウム論文集
(1972年12月4日・5日，電気・土木・気象・建築，鋼構造の5学協会が共催)
内 容：30編の論文および特別講演3編を収録 頒 価：B5・252ページ・2000円(〒140)
2. 現場における岩盤計測と設計・施工への応用（第2回岩の力学講演会講演集）
(1973年2月16日，学術会議主催，土質・土木・材料・鉱業の4学会が共催)
内 容：ダム，橋梁，地下発電所などの応用例6編を収録 頒 価：A4・128ページ 2000円(〒140)
3. 第17回水理講演会講演集（1973年2月16，17日，土木学会水理委員会主催）
内 容：20編の講演概要および昭和47年度水理学研究の現況を収録。
頒 価：B5・134ページ 1300円(〒140)

土木技術者・土木営業マン必携の書!!

土木技術者名鑑(1973年版)

全国官公民重要土木技術者(農業土木含)の経歴を集録、専門分野を明解にす。

●掲載の官公庁、会社

北海道開発庁、防衛施設庁、農林省、運輸省、建設省、日本国有鉄道、日本電信電話公社、京浜、阪神外貿埠頭公団、首都・阪神高速道路公団、新東京国際空港公団、日本住宅公団、日本鉄道建設公団、日本道路公団、本州四国連絡橋公団、水資源開発公団、都道府県市、団体協会、大手建設会社、電力会社、電鉄会社、PC会社、橋梁会社、コンサルタント、大学高等。

●記載方法

左記各界第1線活躍中の土木技術者約8,000名を集録(1)氏名(2)旧姓旧名通称(3)学位及び技術士の有無(4)現職(5)出身地(6)生年月日(7)学歴(8)卒後の経歴(9)趣味(10)親戚家族関係で土木技術者の有無及びその関係、現職等(11)著書訳書名(12)現住所(13)電話番号

●体 裁

B5判約1,000頁 8ポ横2段組 ケース入り 上質紙使用

●定 価 10,000円(予定)

●発行予定日 5月25日

●発行所及び申込み・問合せ先

国土開発研究所(出版部)

〒101 東京都千代田区神田神保町1-18 TEL東京(291)8371番

最高専門家を結集し、交通工学の初の体系化成る!!

交通工学ハンドブック

交通工学研究会編

★A5・826頁・¥4,800

本書の特色

1. 交通工学の分野における初めてのハンドブックであり他に類書がない。
2. 交通工学の全分野を網羅し、図表・データを豊富に加え、平易に解説してある。
3. 一線現場の実務家の座右の書としても、学生、あるいは関連分野の専門家の参考書としても最適。
4. 理論から実際までの広い範囲にわたり、わかり易く書かれている。
5. 最新の調査データを集録してある。
6. 各章ごとにそれぞれ最高の専門家によって執筆されている。

目次

- | | | | |
|------|----------------|------|-----------------|
| 第1章 | 自動車・道路および輸送の統計 | 第12章 | 道路標識 |
| 第2章 | 自動車の特性 | 第13章 | 交通信号 |
| 第3章 | 運転者と歩行者の特性 | 第14章 | 一方通行 |
| 第4章 | 交通事故 | 第15章 | 交通規制 |
| 第5章 | 交通の特性 | 第16章 | 交通管制 |
| 第6章 | 交通流理論 | 第17章 | 照明および換気 |
| 第7章 | 交通調査 | 第18章 | 各種の交通施設 |
| 第8章 | 交通容量とサーピス水準 | 第19章 | 駐車、乗降およびターミナル施設 |
| 第9章 | 道路構造 | 第20章 | 道路環境 |
| 第10章 | 平面交差の設計 | 第21章 | 道路交通経済 |
| 第11章 | 道路表示 | 第22章 | 交通計画 |
| | | 第23章 | 法規および行政 |
| | | 第24章 | 数理手法 |

技報堂 東京・港・赤坂1-3-6 振替東京10
TEL. 585-0166

東京都新宿区細工町15 ☎162

山海堂 * 図書案内

振替東京194982 ☎269-4151(代)

土木構造物設計計算例 シリーズ全7巻

第1回配本 5巻 好評発売中!!

直接基礎および橋台・橋脚の設計計算例

青木重雄・平野嘉菊・平原 勲著 B5判 2000円

橋梁および基礎構造物に関する示方書・指針類の最新版に準拠し、実際の設計手順に従って上部構造よりの反力の求め方、安定計算、変位の計算、断面の計算等を示す。

■土木構造物設計計算例シリーズ<全7巻>

- 1巻 鋼合成げた橋の設計計算例
中村正平他
- 2巻 PC橋の設計計算例
国広哲男他
- 3巻 RC橋の設計計算例
津野和男他
- 4巻 くいおよびケーソン基礎の設計計算例
浅野達雄他 (次回配本)
- 6巻 道路構造物の設計計算例
足立 洪他
- 7巻 仮設構造物の設計計算例
玉野治光他

建設省河川局監修 日本河川協会編

日本河川水質年鑑 1972年版

全国的視野における水質汚濁の概要、各地方、河川ごとの現況および汚濁対策などを明解に記述した年鑑。

B5判 736頁 定価5800円

発売中!!

実際に役立つ道路の計算例

土木施工設計計算例委員会編 B5判 1000円

過去4ヶ年の問題を収録、今後の出題傾向がわかる
増補1級土木施工管理技士試験
増補2級土木施工管理技士試験

深水五郎編 A5判 各1000円