

建築基準における信頼性理論の応用

Statistics and Probability

in Civil Engineering/千葉利晃・訳

Waco ダムのすべり破壊

Proc. of A.S.C.E., SM/工藤 正・訳

ノースカロライナ州アウターバンクスにおける系統的な
海浜変形

Jour. of Geology/西村仁嗣・訳

建築基準における信頼性理論の応用

“Use of Reliability Theory in Building Codes”

Esteve, L. and Rosenblueth, E.

Statistics and Probability in Civil Engineering,
Peter Lumb, Ed., Hong Kong University Press,
pp. 18~34, (1972)

(1) 諸 言

荷重、強度、破壊の影響等の統計データの不足や、信頼性解析法を実際に応用する難しさ等により、平均値と危険断面における安全性限度の変化係数に基づく設計基準を越えた新しい基準の開発が妨げられている。この基準は Cornell によって提案され、また簡単な 2 次モーメント基準はいくつかのメキシコの建物に設計基準として著者によって採用された。しかしながら、より正確な安全性の定義と、より明白な最適条件化が別のアプローチより可能である。この論文は部材と構造系の信頼性の評価、それに対応する最適化、設計に必要な資料を作成する方針に関する研究を要約したものである。

(2) 信 頼 性

一つの破壊モードを持つ系の場合は、荷重と強度はただ一つの変数によっておのおの定義される。したがって、破壊の確率は次式によって計算できる。

$$P_F = \int F_R(s) f_S(s) d_s \dots\dots\dots (1)$$

ここで F_R は強度の累積確率分布関数で、 f_S は未知のすべての入力を含む荷重の確率密度関数である。数種の確率分布に対するこの破壊の確率を図-1 に示す。

さて、図-2 に示すような骨組構造を考えよう。プラスチック・ヒンジは柱の底部に降伏モーメント M_{DC} を起こすが、ヒンジの破壊は上部において起こり、そこでの降伏モーメント M_{BC} はヒンジの M_{BJ} よりも大きいと仮定する。 V_A, V_C は最大モーメント部に対応するので 0 である。したがって、

$$M_{BJ} = M_{B_1} + M_C - M_{B_2} - W_2 L_{i+1} / 4 \dots\dots (2)$$

信頼性理論においては、柱の上部でのモーメントは次のように取られなければならない。

$$M_B = A_B M_{BC'} + (1 - A_B) M_{BJ'} \dots\dots\dots (3)$$

A_B はランダム変数で $M_{BC} > M_{BJ}$ で 1, 他の場合には 0 である。 $M_{BC'}$ の確率分布は $M_{BC} < M_{BJ}$ で与えられる M_{BC} の条件付確率分布に等しく、 $M_{BJ'}$ の確率分布は $M_{BJ} < M_{BC}$ で与えられる M_{BJ} の条件付確率分布に等しい。 M_E に対しても式 (3) と同様な関係が得られる。

以下の展開においては、いかなる 2 つの危険断面でも降伏モーメントは互いに独立であると仮定している。 M_B の平均値と分散は

$$\bar{M}_B = P_B \bar{M}_{BC'} + (1 - P_B) \bar{M}_{BJ'} \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{var}(M_B) = P_B(1 - P_B)(\bar{M}_{BC'} - \bar{M}_{BJ'})^2 + P_B(\text{var } M_{BC'} + \text{var } M_{BJ'}) + (1 - 2P_B)\text{var } M_{BJ'} \dots\dots\dots (5)$$

曲線	荷 重		強 度		記 号
	分 布	V_s	分 布	V_R	
1	正 規	0.10	正 規	0.10	—
2		0.30		0.10	
3		0.10		0.10	
4	対数正規	0.10	対数正規	0.30	-----
5		0.30		0.10	
6		0.30		0.30	
7	修正正規	0.10	対数正規	0.10	---
8		0.10		0.30	
9		0.30		0.10	
10	最大分布 タイプ I	0.30	対数正規	0.30	---
11		0.10		0.10	
12		0.10		0.30	
13	タイプ I	0.30	対数正規	0.10	---
14		0.30		0.30	

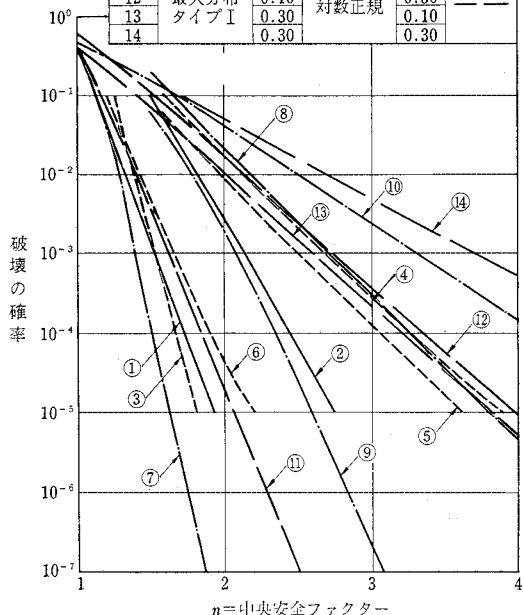
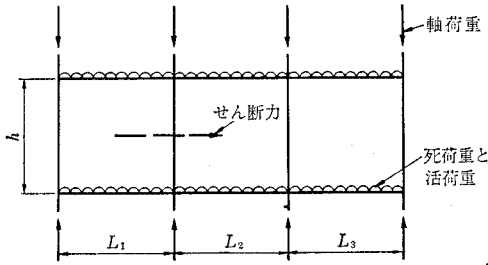
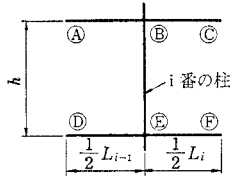


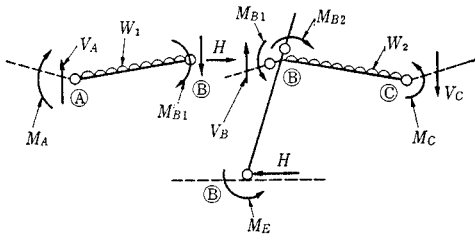
図-1 数種の分布に対する破壊の確率



a) 構造物骨組み



b) 基本分力



c) 基本分力の釣合式

図-2 構造物骨組の横方向強さの分力

ここで柱端が屈曲部におけるヒンジよりも弱い確率を P_B とし、

$$P_B = \int F_{M_{BC}}(u) f_{M_{BJ}}(u) du \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) は式 (1) と同じ形であるので P_B は 1 つのモードを持つ系の破壊の確率のグラフより得られるであろう。 M_{BC}' の確率密度関数は

$$f_{M_{BC}'}(u) = F_{M_{BC}}(u | M_{BC} < M_{BJ}) \\ = \frac{f_{M_{BC}}(u) \bar{F}_{M_{BJ}}(u)}{\int f_{M_{BC}}(u) \bar{F}_{M_{BJ}}(u) du} \quad \dots\dots\dots (7)$$

一方、

$$f_{M_{BJ}'}(u) = f_{M_{BJ}}(u | M_{BC} > M_{BJ}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

H_i を床のせん断強さに対する i 番目の柱の貢献度とすれば、

$$H_i = \frac{1}{h} (M_B + M_E) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで h は階の高さである。床のせん断許容量 R は次の平均値と分散をもつ。

$$\bar{R} = \frac{1}{h} \sum (\bar{M}_B + \bar{M}_E)_i \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{var } R = \frac{1}{h^2} \sum \text{var} (M_B + M_E)_i$$

曲線	$D_1/D_2\bar{S}_L$							
	0		0.5		1		10	
	σ_x	σ_z	σ_x	σ_z	σ_x	σ_z	σ_x	σ_z
1	0.4	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1
2	0.3	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1
3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1
4	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2
5	0.4	0.3	0.4	0.3	0.4	0.3	0.4	0.3
6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3
7	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.1	0.1
8	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
9	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.3

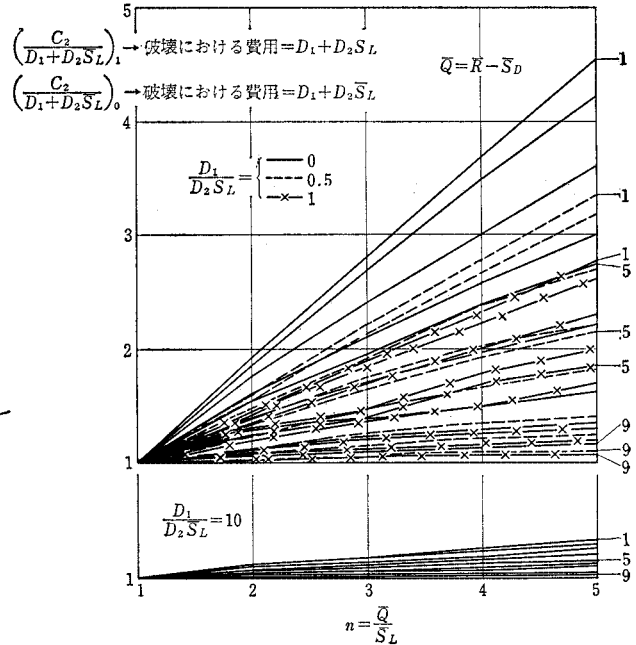


図-3 破壊における費用が直線的に変化する場合の最適安全ファクター

$$+ \sum_{i \neq j} \text{cov} [(M_B + M_E)_i (M_B + M_E)_j] \quad \dots\dots\dots (11)$$

(3) 最適条件化の基準

まず建築直後の永久荷重による破壊の危険率が一時荷重を受ける場合の危険率よりも大きいと仮定する。次いで建築直後の破壊が可能なものとする最適化の量は初期費用と破壊の影響を加えたものであろう。これを $C_1 + C_2 \bar{R}$ とおく。ここで C_1 と C_2 は定数である。破壊による損失は 2 次部材に働く活荷重の線形関数であるとす、 $D_1 + D_2 S_L$ とおく。もし S_D が死荷重の効果を表わし R, S_L, S_D が互いに独立であれば破壊の確率は $P\{(R - S_D) < S_L\}$ でユーティリティーの期待値は

$$U = -C_1 - C_2 \bar{R} - D_1 P_F - D_2 \int F_{R-S_D}(s) f_{S_L}(s) ds \quad \dots\dots\dots (12)$$

\bar{R} に関して微分すれば

$$C_2 + D_1 \frac{\partial P_F}{\partial \bar{R}} + D_2 \int \frac{\partial}{\partial \bar{R}} F_{R-S_D}(s) f_{S_L}(s) ds = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

もし $R-S_D$ と S_L が正規あるいは対数正規分布をするとすれば上式の積分は求められる。図-3 より中央安全率の最適値を比較参照できよう。

次に永久荷重と地震荷重の複合効果に関する最適化を考える。もし含まれるすべての変数が永久荷重に対する固有強度 \bar{R}_1 と地震の大きさの程度 \bar{R}_2 に減少されれば、近似的最適条件の解が求められる。よって初期費用は次のように表わせる。

$$C=C_0+C_1R_1+C_2\bar{R}_2^r \quad ; r \geq 1 \dots\dots\dots(14)$$

永久荷重に対する支配的モードにおける強度はランダム変数 R_0 で、その平均値は \bar{R}_1 と \bar{R}_2 の線形結合であろう。 R_A は永久荷重と一時荷重の結合に対する支配的モードにおける強さで、 R_0 と R_A の統計的相関は $R_0 = \alpha R_A$ と仮定して導かれる。ここで α はランダム変数で R_A とは独立である。設計パラメータ $\bar{R}_1, \bar{R}_2, R_A$ の値に対し建築直後に起こる損失費の期待値は $D_0(\bar{R}_1, \bar{R}_2 | R_A)$ で与えられる。一時荷重によって起こる損失費の期待値は $E(\nu_F)$ の関数 H によって表わされる。ここで ν_F は R_A が1年につき越える時間の平均値である。 $\nu(y)$ を y よりも大きい地震の起こる平均頻度とし、与えられた y に対する永久荷重と一時荷重の複合効果を

$$S_A=G_1+G_2y \dots\dots\dots(15)$$

とすると

$$\nu_F = \nu \left(\frac{R_A - G_1}{G_2} \right) \dots\dots\dots(16)$$

最適化のユーティリティは、したがって次のように表わせる。

$$U = -C_0 - C_1\bar{R}_1 - C_2\bar{R}_2^r - \int D_0(\bar{R}_1, \bar{R}_2 | R_A = \nu) f_{R_A}(\nu) d\nu - E \left[H \left\{ \nu \left(\frac{R_A - G_1}{G_2} \right) \right\} \right] \dots\dots(17)$$

(4) 結 論

実際面での束縛によって、この理想的設計基準は今日実際には使われていないが、今後必要となるであろう。これらの応用は、安全性の計算に対する近似法の誘導やグラフ等の助けを通して進められなければならない。ここに述べたものよりも、もっと厳格な安全性解析は、実際の設計において信頼性が得られれば、コンピューターランゲージの開発によって可能となろう。

Waco ダムのすべり破壊

“Analyses of Waco Dam Slide”
Wright, S.G. and Duncan, J.M.
Proc. of A.S.C.E., SM. Vol. 98, No. 9,
pp. 869~877, September (1972)

(1) ま え が き

Waco ダムは施工途中の1961年10月に大きなすべり

破壊を生じ建設は中断された。このすべり破壊は堤頂の約450mにわたり、すべり面は基礎にある Pepper shale 層を通してその先端がダム軸より210mにも及ぶものであった。図-1 はすべりが生じた直後の状態である。

すべりが起った後原因を究明するための調査が行なわれたが、それによるとすべり破壊の原因は、ダム基礎にある Pepper shale 層のせん断強度が予想以上に低かったことと、高い間げき水圧にあることが明らかとなった。

この論文は、Pepper shale 層のせん断強度とすべり破壊に対する安定性の検討について述べたものである。

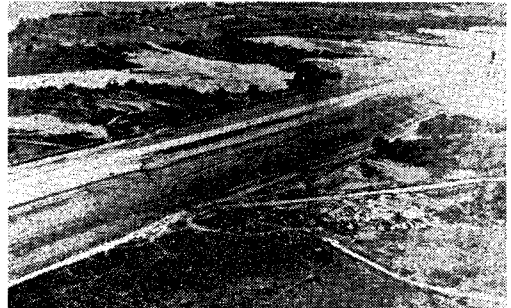


図-1 Waco ダムのすべり破壊

(2) Pepper shale のせん断強度

ダム基礎にある Pepper shale 層は割れ目が多く、このような地層の強度は荷重の方向、供試体の大きさ、クリープなどに左右されると思われるが、これらの影響をみるために一連の三軸圧縮試験を行なった。図-2 は荷重の方向を変えた場合の圧縮強度の変化について示したものである。これによるとこの層はかなり顕著な異方向性を示していることがわかる。特に水平面と $30^\circ \sim 45^\circ$ 方向の強度が低い。一方圧縮強度に対する供試体の寸法とクリープの影響については、多少の影響はみられるものの方向性ほどには大きなものではない。

(3) すべりの安定解析

すべり破壊が生ずるまでは、Pepper shale 層の垂直方向の供試体(図-2の 90° の部分)を使って得られた強度をもとにして全応力によって円弧すべり面法で安定解析を行っていた。このときの臨界円は図-3(b) のようであり、安全率は1.32となっている。これを地層の異方向性を考慮して計算をすると安全率は1.06に低下する(図-4)。

しかし実際のすべり面は図-3(a)に示すように円弧すべりとはならず、円弧と直線とを含む複合すべり面となっている。この相異点を明らかにするため、Pepper shale 層のどこかに弱い点があったとして Pepper shale 層のすべり面から上の部分(図-4のA部分)の抵抗力を考えずに、安全率を計算したものが図-5である。こ

ノース カロライナ州アウター バンクス における系統的な海浜変形

“Systematic Beach Changes on the Outer Banks,
North Carolina”

Sonu, C.J. and VanBeek, L.

Jour. of Geology, Vol. 79, pp. 416~425, July (1971)

(1) 緒 言

ルイジアナ州立大学海岸研究所では、1963年12月から翌年5月までの6か月間、ノースカロライナ州アウターバンクス海岸で海浜縦断面の測定を行なった。本論文はその実測資料の解析結果を取りまとめたものである。

海浜の縦断面形状を数学的に表現することはきわめて困難であって、従来の研究では、その特性を示すある単一のパラメーターのみが取り扱われてきた。しかし、このような方法で海浜の縦断面全般を議論することは当然不可能である。ここでは複数個のパラメーターを用い、海浜形状を1つのdynamic systemとしてとらえることとする。

(2) 対象地域および測定法

対象とする海浜はNags Headにあり、大西洋に面している。したがって、直接風波の影響を受け、また常にうねりの影響下にある。潮汐は半日周潮で、潮差は約1mである。当該海浜は長期的に見ると安定しているが、波の条件によっては一時的に相当量の変化を呈する。表層における底質の粒径はほぼ250 μ である。ただし、その分布は200 μ から10000 μ まで広範囲にわたっている。

断面変化は5本の測線に沿って干潮時ごとに繰返し測定された。測線には3.1m間隔でポールを立て、その頭部の高さをあらかじめ測定しておく。以後は砂面上のポールの高さを調べることによって容易に砂面の高さが知られる。このようにして6か月間に1341の断面資料を得たが、測線による断面形状の差異は小さいので、全資料中から1測線分291断面をとってこれらを解析した。

(3) 海浜縦断面形状の表現

以下において記号の定義は図-1に従うものとする。
 $x < 0$ の領域は波の影響を受けることがないので、 $x = 0$ における砂面高 h は常に一定である。断面形状の表現に用いる変量は海浜幅 S 、底質量 Q および断面形状の種別の3つである。 Q は図-1に斜線で示した部分の全底質量であるが、汀線方向には単位長さあたりを考

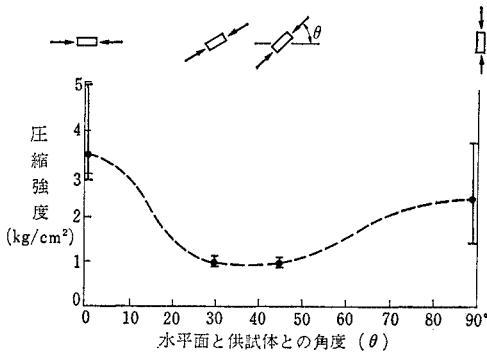


図-2 Pepper shale の強度の変化

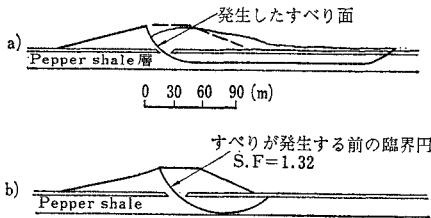


図-3 Waco ダムのすべり面

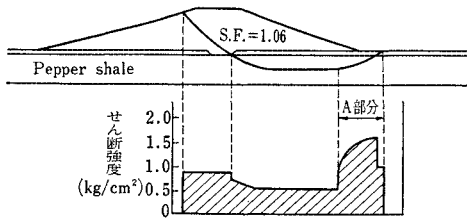


図-4 異方性を考慮した臨界面

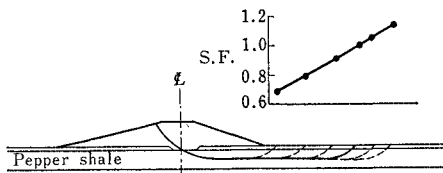


図-5 A部分の抵抗力を無視した場合の安全率

のときの安全率 1.00 のすべり面と実際に発生したすべり面とを比較すると、よく一致していることがわかる。

(4) 結 論

この調査結果から Pepper shale のような割れ目が多く、顕著な異方性を示す地層については、一般的な三軸試験によってその強度を決定することは誤りであり、方向性も考慮した強度によって、単に円弧すべりだけではなく複合すべり面についても安定検討を行なう必要があることがわかる。

また、供試体の大きさやクリープの影響についても十分に留意すべきである。

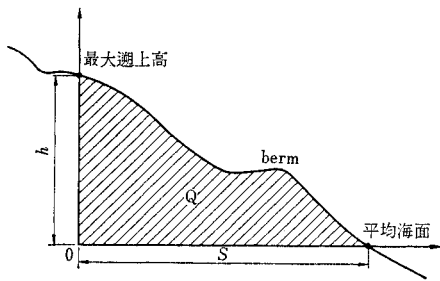


図-1

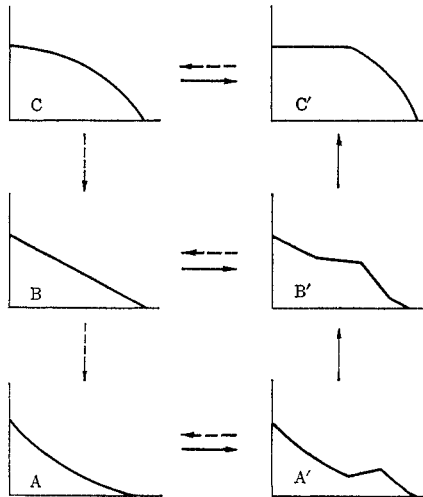


図-2

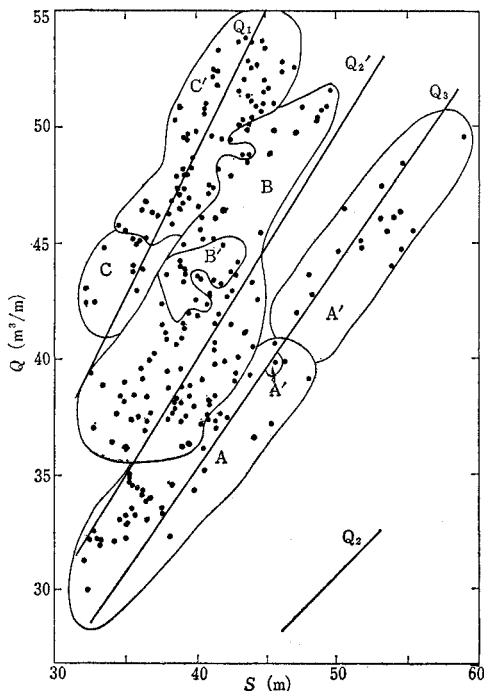


図-3

えている。また断面形状は、上に凸であるか、直線状であるか、下に凸であるかによって3種に大別される。さらに berm が存在しないか、また存在するにしてもそれが低い位置にあるか、中段にあるか、高い位置にあるかによって細分され、合計12種が想定される。実測の結果を見ると、図-2に示すような6種の断面形状が全体の約90%を占めている。これらのうち、左の3種は berm のない場合であり、右の3種は berm を有する場合である。ここで、berm は A', B', C' においてそれぞれ下段、中段、上段に位置することに注意されたい。

Q-S 平面上に断面形状の種別ごとに測定結果をプロットしたものが図-3である。いま、対称軸の鉛直な放物線で形状Cを近似すると、底質量 Q の最大値 Q_1 は $Q_1 = 2hS/3$ となる。また、形状Aに対しても同様の近似を行なうと、底質量の最小値 Q_2 として $Q_2 = hS/3$ を得る。形状Bに対する底質量 Q_3 は $Q_3 = hS/2$ である。これらに対応する直線は図-3中にそれぞれ表示されている。形状B, Cについては Q_3 および Q_1 が実測結果をよく説明しているが、 Q_2 は形状Aの場合の底質量を過小評価している。そこで $x=S$ における砂面勾配を $dh/dx = \beta \cdot h/S$ とおき、実測値の最良近似を求めると、底質量として $Q_2' = 0.45hS$ ($\beta = -0.7$) を得る。

A, B, C 3種の断面形は底質の堆積量が下段、中段、上段のいずれに大きく分布するかによって生ずるものであり、それぞれの場合にさらに堆積が進むと、A', B', C' のような断面形へと移行することになる。

(4) 断面形状の遷移

海浜の縦断面は各時点で前節に述べた6種の形状のいずれかをとるが、ある形状から次の形状への遷移には一定の法則性がある。この関係が図-2に示されている。すなわち、図中の矢印は可能な遷移の方向を示しており、実線は堆積、破線は欠漬を意味している。たとえば、Aの地形で堆積が進むとA'からB'を経てC'なる形状へと変化が起こる。他の場合についても同様に理解すればよい。欠漬に際して必ずしも堆積時と逆の変化が起こるとは限らない点は興味深い。時間の経過とともに堆積と欠漬が繰り返されるとき、断面形状の変化は図-2にしたがって一義的に推定される。

今回の実測では1月10日に形状Aとなった地形が、図-2中で反時計方向に6種全部の地形を経て、4か月後の5月10日に再び形状Aにもどった。この間に何度か短絡的な地形の遷移を経ているので、総遷移回数は19ステップとなっている。底質量Qは4か月を周期として大きく波を描きつつ増減しているようである。当初下方に発生した砂堆は逐次上方に移動し、欠漬の段階ではこれが消滅した後、底質量は徐々に減少して再び元の状

態にもどる。従来、年間の季節的な海浜断面変化もしくは潮汐の干満にともなう変化といったものは考えられていたが、4か月周期の地形変化が論じられたのはこれが最初である。

次に外的条件、とくに波の条件と地形変化との関連が問題となるがこの点では満足すべき結論を得ていない。同一の波高に対して堆積、欠潰の双方が生じており、波高そのものが地形の変化を支配するとは考えられない。波形勾配についても同様であって、この点 King ほかの考え方には疑問の余地がある。ただ、波向と地形変化の間にはかなり明確な相関が認められる。この海浜は北寄りの方向から襲来する波に対して欠潰する傾向があるが、汀線に直角ないし南よりの入射波に対しては堆積の傾向にある。こうした見かけ上の相関関係の存在理由は

明らかでない。しかしながら、上述の波向はそれぞれ風の盛期および衰期に対応しており、前者の場合陸向きの強い風が継続するため、海水の表層には岸に向う吹送流が生じる。これを補償する底層のもどり流れが欠潰に資するものようである。

(5) 結 語

前節で述べた遷移モデルによって、少なくとも質的には海浜縦断面形状の変化を予測することができる。異なる海浜においても本質的には同様の特性が見られるであろう。なお、本論文における議論は現段階ではきわめて概括的であって、変形ならびにその時間スケールに関する量的な評価は不可能であり、また潮汐の効果等の詳細にわたっては今後の研究にまたねばならない。

● 豆一知一識 ●

成—岡—昌—夫—

FEM の Symposium, Conference などの資料について

有限要素法 (FEM) の著書については、O.C. Zienkiewicz と Y.K. Cheung (張佑啓) のものをはじめとして、最近多く出はじめた。これについては、川本脩万君の書いたものがある (土木学会誌 57 巻 12 月号取載)。

FEM については、実に多くの Symposium, Conference などが開かれているので、これらについて知っておくのも必要である。以下、筆者の知っているものを記そう。

(1) Symposium, Conference の Proc. など

- 1) I. Holland and K. Bell (ed.): Finite Element Methods in Stress Analysis: A Result of an Advanced Scandinavian Course on Finite Element Methods, Jan. 6-11, 1969, Technical University of Norway, Trondheim, Norway, 1969, Tapir.
- 2) E. Stein, K.E. Buck, D. Scharpf und W. Wunderlich (ed.): Finite Elemente in der Statik, June 1969, Universität Stuttgart, Wilhelm Ernst und Sohn, 1972.
- 3) W.H. Rowan, Jr. and R. M. Hackett (ed.): Proceedings of the Symposium on Application of Finite Element Methods in Civil Engineering, November 13-14, 1969, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, USA.
- 4) J.T. Oden and E.R.A. Oliverira (ed.): The NATO Lectures on Finite Element Methods in Continuum Mechanics, September 1971, Lisbon, University of Alabama at Hantsville Press (UAH Press), 1972.
- 5) J.R. Whitemann (ed.): The Mathematics of Finite Elements and Applications, April 18-20, 1972, Brunel University, Academic Press, 1972.
- 6) C.S. Desai and J.F. Abel (ed.): Proceedings of the Symposium on the Application of Finite Element Methods in Geo-technical Engineering, May 1-4, 1972, U.S. Army Corp of Engineering Waterway Experiment Station, Vicksburg, Mississippi.
- 7) J.O. McCutcheon, M.S. Mirza and A.A. Mufti (ed.):

Proceedings of the Speciality Conference on Finite Element Methods in Civil Engineering, June 1-2, 1972, McGill University, Montreal, Canada.

(2) Bibliography

- 1) J.E. Akin, D.L. Fenton and W.C.T. Stoddart (ed.): The Finite Element Method—A Bibliography for Finite Element Method of Its Theory and Applications, Feb. 1972, University of Tennessee, Department of Engineering Mechanics.
 - 2) J.R. Whiteman: A Bibliography for Finite Element Methods, Technical Report No. 9 of Department of Mathematics, Brunel University, Uxbridge, Middlesex, England, March 1972.
- Akin のものは、1971 年までの 1096 個の文献を KWIC 方式によって整理したものであって、FEM を勉強しているものが必ず座右に備えるべきものである。

(3) その他

そのほか、FEM のみに関するものではないが、次のようなマトリックス構造解析に関するもの、その他がある。

- 1) Proceedings of the Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, U.S.A. 1st-1965, 2nd-1968 and 3rd-1971.
- 2) R.H. Gallagher, Y. Yamada and J.T. Oden (ed.): Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design (Papers presented at the U.S.—Japan Seminar held at Tokyo in August 1969), UAH Press, 1971.
- 3) J.T. Oden, R.W. Clough and Y. Yamamoto (ed.): Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design (Papers presented at the 2nd U.S.—Japan Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design held in August, 1972), UAH Press, 1972.
- 4) B. Fraeijs de Veubeke (ed.): High-speed Computing of Elastic Structures, Proceedings of the Symposium of International Union of Theoretical and Applied Mechanics, held in Liege from August 23-28, 1970, Les Congres et Colloques de l'Universite de Liege, Vol. 61, 1971.

(筆者・正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科)